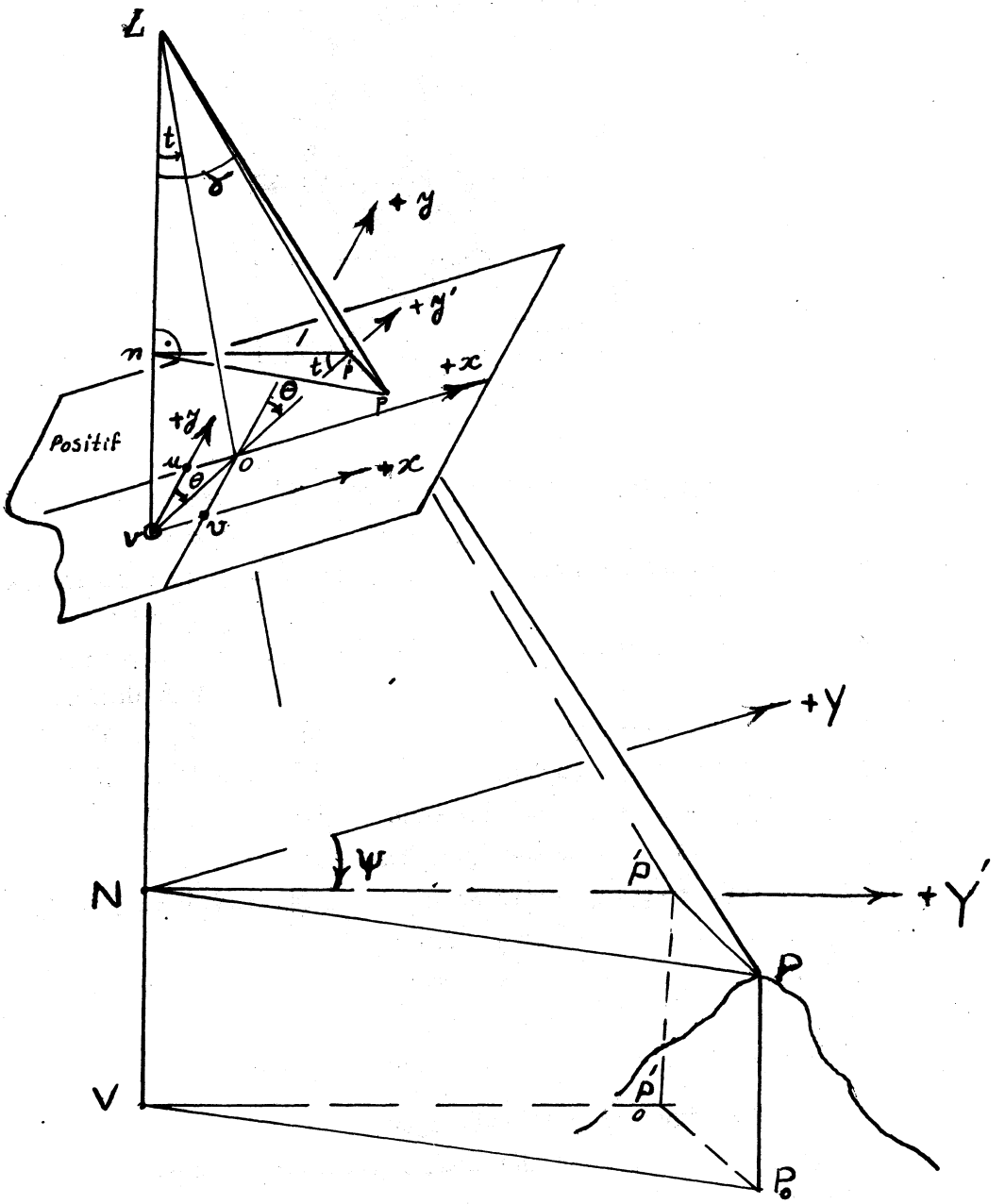
Orianstasyon unsurlarının ve hatalarının nokta koordinelerine tesiri

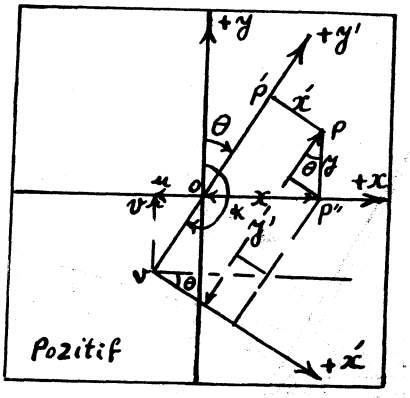
Yazan:
Yüks. Müh.
Tevfik Ateş

A — Nokta koordinelerinin zaviyevî Oriantasyon unsurları olan φ, ω ve t cinsinden bulunması:

Şekil (1), H yüksekliğindeki bir L noktasından alınmış bir fotoğrafı göstermektedir. p, arazi noktası olan herhangi bir P noktasının resmidir; p'den vy' resim esas hattına çizilen dikin esas hattını kestiği nokta p'; pp' nden geçen ufkî düzlemin L'den geçen şakulî LV hattını kestiği nokta da n, ve P den geçen ufkî düzlemin LV hattını kestiği nokta N ve L p' hattını kestiği nokta da P' ile gösterilirse; şekilden de görüleceği gibi (p n) ve (P N) hatları L V hattına dik ve aynı L P N veya LP_0N şakulî düzlem üzerinde bulunduklarından birbirlerine paraleldirler. Aynı şekilde p' n ve P' N hatları da aynı L V şakulî hattına dik ve aynı L P' N veya LP'_0V şakulî düzlemi üzerinde bulunduklarından birbirlerine paraleldirler.

v, Nadir noktası mebde, $\overline{v0}$ hattı istikameti + y' ve v, noktasında $\overline{v0}$ ya sağ taraftan çizilecek dikte + x' olarak kabul edilirse bunlara tekabül eden, yani V, arazi nadir noktası arazi mebdei ve $\overline{VP'}$ veya $\overline{VP'_0}$ istikameti de + y' olarak alınan koordine sistemine nazaran noktaların koordineleri aşağıdaki şekilde bulunurlar.


L
t
γ
+y
+y'
n
l
t
p
+x
θ
P
Positif
+y
u
o
θ
+x
v
v
+Y
Ψ
N
p'
+Y'
P
V
p'
o
P₀



L	resim alma noktası	LNP, LvP' = resim esas şakulî düzlemi
o	fotoğraf merkezi	p np' = p den geçen ufkî düzlem
v	nadir noktası	LNP, LVP$_0$ = LP den geçen şakuli düzlem
vo	resim esas hattı	NP' = VP$'_0$ = Y'
pp'	p den vo ya çizilen dik	PP = P$'_0$P$'_0$ = X'
n	pp' den geçen ufkî düzlemin	P.P$_0$ = h = Zp
	Lv çekül hattını kestiği nokta	LV = H = Z
oLv =	(tilt, neigung) meyil açısı	LN = H - h = Z − Zp

vp' = y' ; np' = y' . cos t

pp' = x' ; nv = y' . sin t

pp'' = y ; Lv = f. sec t

op'' = x ; Ln = f' = f. sec t − y' sin t

θ = koordinelerin dönüklük açısı

ϰ = θ + π = ov nin dönüklüğü (Kantung, Swing)

ou = u = x_v ; ov = v = y_v

Lnp' ve LNP' üçgenleri müşabih (benzer) olduklarından:

$\frac{Ln}{LN} = \frac{p'n}{P'N}$ dir. Burada. $Ln = Lv - nv = f.\sec t - y' \sin t$

$LN = LV - NV = H - h$

$P'n = vP' \cos t = y' \cos t$ ve

$NP' = VP_0 = Y'$ olduğundan :

$\frac{f.\sec t - y' \sin t}{H - h} = \frac{y' \cos t}{Y'}$ olur. Buradan da :

$Y' = (H - h) . \frac{y' \cos t}{f.\sec t - y' \sin t}$ elde edilir.

diğer taraftan,

Lpp' ve LPP' üçgenleri benzer (musabih) olduklarından:

$\frac{pp'}{PP'} = \frac{Lp}{LP} = \frac{Ln}{LN}$, $pp' = x'$ ve PP' de X' olduğundan,

$\frac{x'}{X'} = \frac{Ln}{LN} = \frac{f.\sec t - y' \sin t}{H - h}$ dır. Buradan da :

$X' = (H - h) \frac{x'}{f \sec t - y' \sin t}$ kıymeti elde edilir.

netice olarak :

$$\left.\begin{aligned} X' &= (H - h) \frac{x'}{f \sec t - y' \sin t} \\ Y' &= (H - h) \frac{y \cos t}{f.\sec t - y' \sin t} \end{aligned}\right\} \text{(1) denklemleri elde edilir.}$$

Yukarda çıkarılan (1) Nolu denklemlerde gerek resim ve gerekse arazi koordineleri, nadir noktası mebde ve esas hat istikametleri de $+ y'$ ve $+ Y'$ olan koordine sistemide göredir.

Şekil (1) ve (2) den takip edileceği gibi, yukarda zikredilen koordine mihverleri ile resmin kenar ortalarını birleştiren resim mihverleri arasındaki açı $\theta = \varkappa - \pi = \varkappa + \pi$ dir. Mebdeler arasındaki mesafede $ov = f.\operatorname{tg} t = \sqrt{u^2 + v^2}$ dir.

$Lv = \sqrt{u^2 + v^2 + f^2}$ olduğundan,

$$\left.\begin{array}{lll} \sin\theta = \dfrac{-u}{\sqrt{u^2+v^2}} & & \sin t = \dfrac{\sqrt{u^2+v^2}}{\sqrt{f^2+u^2+v^2}} \\ \cos\theta = \dfrac{-v}{\sqrt{u^2+v^2}} & \text{ve} & \cos t = \dfrac{f}{\sqrt{f^2+u^2+v^2}} \\ o\,v = \sqrt{u^2+v^2} & & f.\sec t = \sqrt{f^2+u^2+v^2} \end{array}\right\} \quad (2)$$

kıymetleri elde edilir.

Resmin iki muhtelif koordine sistemindeki eksenler arasındaki θ ya arazi üzerinde tekabül eden ψ ise :

$$tg\,\psi = tg\,\theta\,\sec t = \frac{u}{v}\,\frac{\sqrt{f^2+u^2+v^2}}{f}$$ ile tayin edilir, ve dolayısiyle,

$$\left.\begin{array}{l} \sin\psi = -\dfrac{u.\sqrt{f^2+u^2+v^2}}{\sqrt{u^2+v^2}\,\sqrt{f^2+u^2}} \\ \cos\psi = -\dfrac{v.\,f}{\sqrt{u^2+v^2}.\,\sqrt{f^2+u^2}} \end{array}\right\} \quad (3) \text{ dır.}$$

Arazi koordinelerini resim eksenlerine istinad eden koordineler cinsinden bulmak için, (1) Nolu denklemlerdeki x' ve y' yerine,

$$x' = x.\cos\theta - y\sin\theta$$
$$y' = x.\sin\theta + y\cos\theta + \overline{o\,v}$$

ve t ve θ yi ihtiva eden hadlerin yerine de (2) No. lu denklemlerdeki (muadilleri) kıymetleri konarak

$$\left.\begin{array}{l} X' = (H.h)\,\dfrac{(-vx+uy).\sqrt{f^2+u^2+v^2}}{(f^2+ux+vy).\sqrt{u^2+v^2}} \\ Y' = (H.h)\,\dfrac{(-ux-vy+u^2+v^2).\,f}{(f^2+ux+vy).\sqrt{u^2+v^2}} \end{array}\right\} \quad (4)$$

denklemleri elde edilir.

Böylece elde edilen X' ve Y' koordinelerine esas olan sistem, nadir noktası mebde ve resim esas hattına arazide tekabül eden istikamette $+Y'$ ekseni olan sistemdir. Yani arazi koordine sistemi bu şekilde resmin mihverlerine tekabül eden bir sistem değildir.

Mihverleri, resmin mihverlerine tekabül eden sistem $+Y'$ ve $+X'$ sistemine nazaran saat ibresinin aksi istikametine doğru ψ kadar dönük olduğundan, Mebdei nadir noktası olan ve resim mihverlerine tekabül eden arazi koordine sistemine göre koordineler,

$$\left.\begin{aligned} X &= X' \cos\psi + Y' \sin\psi \\ Y &= -X' \sin\psi + Y' \cos\psi \end{aligned}\right\} \quad (5)$$ denklemleriyle bulunur.

Bu (5) No. lu denklemlerdeki X', Y', $\sin\psi$ ve $\cos\psi$ yerine 3 ve 4 No. lu denklemlerdeki müsavileri vazedilir ve ifade islâh edilirse :

$$\boxed{\begin{aligned} X &= (H-h)\,\frac{f.(x-u).\sqrt{f^2+u^2+v^2}}{(f^2+ux+vy)\sqrt{f^2+u^2}} \\ Y &= (H-h)\,\frac{f^2(y-v)+u(uy-vx)}{(f^2+ux+vy).\sqrt{f^2+u^2}} \end{aligned}} \quad (6)$$

denklemleri elde edilirki bu suretle resim koordinelerine tekabül eden arazi koordineleri olan X ve Y değerlerinin resim koordineleri x ve y ile nadir noktasının koordineleri olan u ve v cinsinden ifadesi ve bulunması mümkün olur. Yukardaki 6 No. lu denklemlerde ; $u = f.\,tg\,\varphi = f.\,\varphi$ ve $v = f.\,tg\,\omega = f.\,\omega$ olduğundan:

$$\boxed{\begin{aligned} X &= (H-h).\,\frac{(x\cos\varphi - f\sin\varphi)}{(f+x\,tg\,\varphi+y\,tg\,\omega)}\,.\,\sec t \\ Y &= (H-h).\,\frac{(y-f.\,tg\,\omega)\cos\varphi + (y\,tg\,\varphi - x\,tg\,\omega)\sin\varphi}{(f+x\,tg\,\varphi+y\,tg\,\omega)} \end{aligned}} \quad (6\ b)$$

veya takribî olarak

$$\left.\begin{aligned} X &= (H-h)\,\frac{x - f.\varphi}{f + x\varphi + y\omega} \\ Y &= (H-h)\left[\frac{(y - f\omega) + (y\varphi - x\omega)\varphi}{f + x\varphi + y\omega}\right] \end{aligned}\right\} \quad (6\ b)$$

denklemleri elde edilir ki bu suretle noktaların arazi koordinelerinin, cihetlemenin zaviyevî unsurları olan φ, ω, ve t nin yardımiyle hesaplanmasına yarıyan (6 a) kat'î denklemleriyle (6 b) takribî denklemleri bulunmuş olur.

Yukarda çıkarılan denklemlerin hepsi muhtelif mütehavvillerin kapalı tabileridir. Bu ifadeleri Taylor veya Maclaurin silsileleri yardımiyle daha açık ve kullanışlı bir şekle sokmak kabildir.

Şimdi (6) No. lu denklemlerdeki X ve Y ifadelerinin u, ve v mütehavvillerine nazaran u = o ve v = o civarındaki türevlerini (müstaklarını) alırsak :

$$\frac{\partial X}{\partial u} = -\frac{(H-h)}{f}\left(1 + \frac{x^2}{f^2}\right)$$

$$\frac{\partial^2 X}{\partial u^2} = +\frac{(H-h)}{f}\left(1 + \frac{x^2}{f^2}\right)\cdot\frac{2x}{f^2}$$

$$\frac{\partial X}{\partial v} = -\frac{(H-h)}{f}\cdot\frac{xy}{f^2}$$

$$\frac{\partial^2 X}{\partial v^2} = +\frac{(H-h)}{f}\left(1 + \frac{y^2}{f^2}\right)\cdot\frac{x}{f^2} + \frac{(H-h)}{f}\cdot\frac{xy}{f^2}\cdot\frac{y}{f^2}$$

$$\frac{\partial^2 X}{\partial u\,\partial v} = \frac{\partial^2 X}{\partial v\,\partial u} = +\frac{(H-h)}{f}\left(1 + \frac{x^2}{f^2}\right)\cdot\frac{y}{f^2} + \frac{(H-h)}{f}\cdot\frac{xy}{f^2}\cdot\frac{x}{f^2}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial v} = -\frac{(H-h)}{f}\left(1 + \frac{y^2}{f^2}\right)$$

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial v^2} = +\frac{(H-h)}{f}\left(1 + \frac{y^2}{f^2}\right)\cdot\frac{2y}{f^2}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial u} = -\frac{(H-h)}{f}\cdot\frac{xy}{f^2}$$

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial u^2} = + \frac{(H-h)}{f} \left(1 + \frac{x^2}{f^2}\right) \frac{y}{f^2} + \frac{(H-h)}{f} \cdot \frac{xy}{f^2} \cdot \frac{x}{f^2}$$

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial v \partial u} = \frac{\partial^2 Y}{\partial u \partial v} = + \frac{(H-h)}{f} \cdot \frac{xy}{f^2} \cdot \frac{2y}{f^2} \qquad (7)$$

kıymetlerini elde ederiz.

Bulunan bu değerler Maclaurin silsilesinde yerlerine konur ve yüksek dereceli hadler terkedilirse :

$$X = \frac{(H-h)}{f} \left[x - \left(1 + \frac{x^2}{f^2}\right) u - \left(\frac{xy}{f^2}\right) v \right] +$$

$$+ \frac{(H-h)}{f} \left\{ \left[\left(1 + \frac{x^2}{f^2}\right) \frac{x}{f^2} \right] u^2 + \left(\left(1 + \frac{x^2}{f^2}\right) \frac{y}{f^2} + \frac{xy}{f^2} \cdot \frac{x}{f^2} \right) uv \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2} \left(\left(1 + \frac{y^2}{f^2}\right) \frac{x}{f^2} + \frac{xy}{f^2} \cdot \frac{y}{f^2} \right) v^2 \right\} \qquad (8)$$

$$Y = \frac{(H-h)}{f} \cdot \left(y - \left(\frac{xy}{f^2}\right) u - \left(1 + \frac{y^2}{f^2}\right) v \right) +$$

$$+ \frac{(H-h)}{f} \left\{ \frac{1}{2} \left(\left(1 + \frac{x^2}{f^2}\right) \cdot \frac{y}{f^2} + \frac{xy}{f^2} \cdot \frac{x}{f^2} \right) u^2 + \left(\frac{xy}{f^2} \cdot \frac{2y}{f^2} \right) uv \right.$$

$$\left. + \left(\left(1 + \frac{y^2}{f^2}\right) \frac{y}{f^2} \right) v^2 \right\}$$

X ve Y nin hesabına yarıyan denklemler bulunmuş olur.

Bu denklemlerdeki ikinci dereceden hadlerde nazarı itibara alınmaz ve.

$\left(1 + \frac{x^2}{f^2}\right) = a$, $\left(\frac{xy}{f^2}\right) = b$ ve $\left(1 + \frac{y^2}{f^2}\right) = c$ ile gösterilirse :

$$X = \frac{H-h}{f} \left(x - au - bv \right)$$

$$Y = \frac{H-h}{f} \left(y - bu - cv \right) \qquad (8\,a) \text{ elde edilir.}$$

bu denklemlerde $u = f.\,tg\,\varphi$ ve $v = f.\,tg\,\omega$ olduğundan

$$X = \frac{H-h}{f}\left(x - f(a\,tg\,\varphi + b\,tg\,\omega) \right)$$
$$Y = \frac{H-h}{f}\left(y - f(b\,tg\,\varphi + c\,tg\,\omega) \right) \qquad (8\ b)\ \text{olur.}$$

Burada da φ ve ω küçük olduklarından tg'lar yerine kavisler konursa :

$$\boxed{\begin{aligned} X &= \frac{H-h}{f}\left(x - f(a\varphi + b\,\omega) \right) \\ Y &= \frac{H-h}{f}\left(y - f(b\varphi + c\,\omega) \right) \end{aligned} \qquad (8\ c)}$$

veya

$$\boxed{\begin{aligned} X &= (H-h)\left(tg\,\gamma_x - (1 + tg^2\gamma_x)\,tg\,\varphi - (tg\,\gamma_x\,tg\,\gamma_y)\,tg\,\omega \right) \\ Y &= (H-h)\left(tg\,\gamma_y - (tg\,\gamma_x\,tg\,\gamma_y)\,tg\,\varphi - (1 + tg^2\gamma_y)\,tg\,\omega \right) \end{aligned} \qquad (8\ d)}$$

denklemleri elde edilir ki, resim koordinelerine tekabül eden arazi koordinelerinin, φ ve ω cinsinden basit bir şekilde elde edilebilmeleri sağlanmış olur.

Hataların koordinelere tesirleri

Eğer yukardaki denklemlerdeki x, y, H ile φ ve ω kıymetleri dx, dy, dH, dφ ve d ω kadar hatalı olursa, X ve Y koordinelerinde dX ve dY kadar bir hàta husule getirirler.

dx, dy, dH, dφ ve d ω'nın koordinelerde husule getirdikleri bu dX ve dY hatalarının miktarı 8 No. lu denklemlerin türevlerinin alınmasiyle mümkün olur.

Bu suretle 8 No. lu denklemlerin x, y, H, φ ve ω'ya nazaran türevleri alınarak basitleştirilirse :

$$\frac{\delta X}{\delta x}=\frac{H-h}{f},\ \frac{\delta X}{\delta y}=0,\ \frac{\delta X}{\delta H}=\frac{\delta X}{\delta z}=\frac{x}{f}$$

$$\frac{\delta Y}{\delta x}=0,\ \frac{\delta Y}{\delta y}=\frac{H-h}{f},\ \frac{\delta Y}{\delta H}=\frac{\delta Y}{\delta z}=\frac{y}{f} \qquad (9)$$

ve φ ve ω küçük olduklarından,

$tg\,\varphi=\varphi=\frac{u}{f}$ ve $tg\,\omega=\omega=\frac{v}{f}$ dir binnetice

$$\frac{\delta X}{\delta \varphi}=f\,\frac{\delta X}{\delta u}=\frac{H-h}{f}\left[-af+(2ax)\varphi+(bx+ay)\omega\right]$$

$$\frac{\delta X}{\delta \omega}=f\,\frac{\delta X}{\delta v}=\frac{H-h}{f}\left[-bf+(bx+ay)\varphi+(cx+by)\omega\right] \qquad (10)$$

$$\frac{\delta Y}{\delta \varphi}=f\,\frac{\delta Y}{\delta u}=\frac{H-h}{f}\left[-bf+(bx+ay)\varphi+(2by)\omega\right]$$

$$\frac{\delta Y}{\delta \omega}=f\,\frac{\delta Y}{\delta v}=\frac{H-h}{f}\left[-cf+(2by)\varphi+(2cy)\omega\right]$$

denklemleri elde edilir.

Eğer resmin meyli az yani 3 - 4 dereceyi çok geçmiyorsa 10 No. lu denklemlerdeki küçük hadler terkedilebileceğinden veya (8 c) nin türevi alındığı takdirde :

$$\Delta X_x=\frac{(H-h)}{f}\Delta x,\ \Delta X_y=0,\ \Delta X_z=\frac{x}{f}\cdot\Delta Z$$

$$\Delta Y_x=0,\ \Delta Y_y=\frac{(H-h)}{f}\cdot\Delta y,\ \Delta Y_z=\frac{y}{f}\cdot\Delta Z$$

$$\Delta X_\varphi=\frac{\delta X}{\delta \varphi}\cdot\Delta\varphi=-(H-h)a\cdot\Delta\varphi=-(H-h)\left(1+\frac{x^2}{f^2}\right)\cdot\Delta\varphi$$

$$\Delta X_\omega=\frac{\delta X}{\delta \omega}\cdot\Delta\omega=-(H-h)b\cdot\Delta\omega=-(H-h)\left(\frac{xy}{f^2}\right)\cdot\Delta\omega \qquad (11)$$

$$\Delta Y_\varphi=\frac{\delta Y}{\delta \varphi}\cdot\Delta\varphi=-(H-h)b\cdot\Delta\varphi=-(H-h)\left(\frac{xy}{f^2}\right)\cdot\Delta\varphi$$

$$\Delta Y_\omega=\frac{\delta Y}{\delta \omega}\cdot\Delta\omega=-(H-h)c\cdot\Delta\omega=-(H-h)\left(1+\frac{y^2}{f^2}\right)\cdot\Delta\omega$$

kıymetleri elde edilir. Eğer objektiften noktalara giden şuaların şakul istikametiyle teşkil ettikleri açı γ ve komponentleri de γ_x ve γ_y ile gösterilecek olursa, $\frac{x}{f} = tg\,\gamma_x$ ve $\frac{y}{f} = tg\,\gamma_y$ olduklarından,

$\Delta Xx = (H\text{-}h)\,(1 + tg^2\gamma_x)\,\Delta\gamma_x$	$\Delta Yx = 0$	
$\Delta Xy = 0$	$\Delta Yy = (H\text{-}h)\,(1 + tg^2\gamma_y)\,\Delta\gamma_y$	
$\Delta Xz = (tg\,\gamma_x)\,.\,\Delta z$	$\Delta Yz = (tg\,\gamma_y)\,.\,\Delta z$	(12)
$\Delta X\varphi = -(H\text{-}h)\,(1 + tg^2\gamma_x)\,\Delta\varphi$	$\Delta Y\varphi = -(H\text{-}h)\,(tg\,\gamma_x\,tg\,\gamma_y)\,\Delta\varphi$	
$\Delta X\omega = -(H\text{-}h)\,(ty\,\gamma_x.\,tg\,\gamma_y)\,\Delta\omega$	$\Delta Y\omega = -(H\text{-}h)\,(1 + tg^2\gamma_y)\,.\,\Delta\omega$	

zaviyevi değerler cinsinden ifade edilmiş denklemler bulunmuş olur.

Şimdi koordine sistemini $\varkappa$ kadar saat ibresi istikametinde döndürüldüğü düşünülürse;

Yeni koordineler,

$$\begin{aligned} X\varkappa &= X\cos\varkappa - Y\sin\varkappa \\ Y\varkappa &= X\sin\varkappa + Y\cos\varkappa \end{aligned} \qquad (13)$$

$\varkappa$ açısı küçük olduğu takdirde,

$$\begin{aligned} X\varkappa &= X - Y.\,\varkappa \qquad (13a) \\ Y\varkappa &= Y + X.\,\varkappa \qquad \text{olur} \end{aligned}$$

gerek $\varkappa$ nın küçük olduğu göz önünde bulundurularak veya doğrudan doğruya (13a) nın türevi alınırsa:

$$\frac{\delta X}{\delta\varkappa} = -Y \text{ ve } \frac{\delta Y}{\delta\varkappa} = +X \text{ ve dolayısiyle}$$

$$\begin{aligned} \Delta X\varkappa &= \frac{\delta X}{\delta\varkappa}\,.\,\Delta\varkappa = -Y.\,\Delta\varkappa \\ \Delta Y\varkappa &= \frac{\delta Y}{\delta\varkappa}\,.\,\Delta\varkappa = +X.\,\Delta\varkappa \end{aligned} \qquad (14)$$

kıymetleri elde edilir. Burada Y ve X yerine müsavileri olan

$\frac{H-h}{f} \cdot x$ ve $\frac{H-h}{f} \cdot y$ kıymetleri konursa,

$$\boxed{\begin{aligned} \Delta X\varkappa &= -\frac{H-h}{f} \cdot y \cdot \Delta\varkappa \text{ ve} \\ \Delta Y\varkappa &= +\frac{H-h}{f} \cdot x \cdot \Delta\varkappa \end{aligned} \qquad (14a)}$$

şeklini alır. Keza, gene $\frac{y}{f} = tg \cdot \gamma_y$ ve $\frac{x}{f} = tg\, \gamma_x$ olduğundan,

$$\boxed{\begin{aligned} \Delta X\varkappa &= -(H-h) \cdot tg\, \gamma_y \cdot \Delta\varkappa \\ \Delta Y\varkappa &= +(H-h) \cdot tg\, \gamma_x \cdot \Delta\varkappa \end{aligned} \qquad (14b)}$$ olur.

Yukarda bulunan denklemler yardımiyle ve

$$dX = \frac{\delta X}{\delta x} dx + \frac{\delta X}{\delta y} dy + \frac{\delta X}{\delta z} dz + \frac{\delta X}{\delta \varkappa} d\varkappa + \frac{\delta X}{\delta \varphi} d\varphi + \frac{\delta X}{\delta \omega} d\omega \text{ ve}$$

$$dY = \frac{\delta Y}{\delta x} dx + \frac{\delta Y}{\delta y} dy + \frac{\delta Y}{\delta z} dz + \frac{\delta Y}{\delta \varkappa} d\varkappa + \frac{\delta Y}{\delta \varphi} d\varphi + \frac{\delta Y}{\delta \omega} d\omega$$

gözönünde tutularak,

$$dX = \frac{H-h}{f} dx + \frac{x}{f} dz - \frac{H-h}{f} y\, d\varkappa - (H-h)\left(1 + \frac{x^2}{f^2}\right) d\varphi - (H-h)\frac{x\,y}{f^2} d\omega$$

$$dY = \frac{H-h}{f} dy + \frac{y}{f} dz + \frac{H-h}{f} x\, d\varkappa - (H-h)\frac{x\,y}{f^2} d\varphi - (H-h)\left(1 + \frac{y^2}{f^2}\right) d\omega$$

(15)

veya zaviye cinsinden,

$$dX = (H\text{-}h)(1+tg^2\gamma_x)\,d\gamma_x + (tg\,\gamma_x)\,dz - (H\text{-}h)(tg\,\gamma_y)\,d\varkappa - (H\text{-}h)(1+tg^2\gamma_x)\,d\varphi - (H\text{-}h)(tg\,\gamma_x\,tg\,\gamma_y)\,d\omega$$

$$dY = (H\text{-}h)(1+tg^2\gamma_y)\,d\gamma_y + (tg\,\gamma_y)\,dz + (H\text{-}h)(tg\,\gamma_x)\,d\varkappa - (H\text{-}h)(tg\,\gamma_x\,tg\,\gamma_y)\,d\varphi - (H\text{-}h)(1+tg^2\gamma_y)\,d\omega$$

(15a)

Eğer aynı noktadan çekilmiş meyilli resim ile tam ufki çekilmiş resimin mukayesesi arzu edilirse yani diğer bir ifade ile aynı noktadan çekilmiş olan ufki resim üzerinde husule gelen ve dX ve dY'ye tekabül eden dx' ve dy' kıymetlerinin tayini arzu edilirse, dX ve dY kıymetlerinin resim mikyası olan $\frac{f}{H-h}$ ile zarbedilmesi lâzımdır ki, dz'in tesirinin mikyasa tabî olmadığı gözönünde bulundurularak,

$$dx' = dx + \frac{x}{f}\,dz - y\,d\varkappa - f\left(1+\frac{x^2}{f^2}\right)d\varphi - \frac{xy}{f}\,d\omega \text{ ve}$$

$$dy' = dy + \frac{y}{f}\,dz + x\,d\varkappa - \frac{xy}{f}\,d\varphi - f\left(1+\frac{y^2}{f^2}\right)d\omega$$

(16)

denklemleri elde edilir.

Eğer x' ve x ile y' ve y koordineleri (L) resim alma noktasından f mesafedeki ufki ve meyilli resim müstevisi üzerinde değilde l mesafedeki ufki ve ayni meyildeki müsteviler üzerindeki koordineler olarak nazarı itibara alınarak mukayese edilirse 16 nolu denklem,

$$\boxed{\begin{aligned} dx' &= dx + \frac{x}{l}\,dz - y\,d\varkappa - l\left(1 + \frac{x^2}{l^2}\right) d\varphi - \frac{xy}{l}\,d\omega \\ dy' &= dy + \frac{y}{l}\,dz + x\,d\varkappa - \frac{xy}{l}\,d\varphi - l\left(1 + \frac{y^2}{l^2}\right) d\omega \end{aligned}} \quad (16a)$$

ve zaviyevî değerlar cinsinden,

$$\boxed{\begin{aligned} dx' &= dx + tg\gamma_x(\gamma_x)\,dz - l(tg\,\gamma_y)\,d\varkappa - l(1 + tg^2\gamma_x)\,d\varphi - l(tg\,\gamma_x . tg\,\gamma_y)\,d\omega \\ dy' &= dy + tg\gamma_y(\gamma_y)\,dz - l(tg\,\gamma_x)\,d\varkappa - l(tg\,\gamma_x . tg\,\gamma_y)\,d\varphi - l(1 + tg^2\gamma_y)\,d\omega \end{aligned}} \quad (16b)$$

şeklini alırlar.

ÖZET : 1

u ve v cinsinden kat'i koordineler :

$$\boxed{\begin{aligned} X &= (H-h)\,\frac{f.(x-u).\sqrt{f^2+u^2+v^2}}{(f^2+ux+vy)\sqrt{f^2+u^2}} \\ Y &= (H-h)\,\frac{f^2(y-v)+u(uy-vx)}{(f^2+ux+vy)\sqrt{f^2+u^2}} \end{aligned}} \quad (Ia)$$

φ, ω ve t cinsinden kat'i koordineler :

$$\boxed{\begin{aligned} X &= (H-h)\,.\,\frac{(x\cos\varphi - f\sin\varphi)}{(f + x\,tg\,\varphi + y\,tg\omega)}\,.\,\sec t \\ Y &= (H-h)\,.\,\frac{(y-f.tg\,\omega)\cos\varphi + (y\,tg\,\varphi - x\,tg\,\omega)\sin\varphi}{(f + x\,tg\,\varphi + y\,tg\,\omega)} \end{aligned}} \quad (Ib)$$

u ve v cinsinden açılmış (yarı kat'i) koordineler:

$$\boxed{\begin{aligned} X &= \frac{H-h}{f} \cdot \left[x - \left(1 + \frac{x^2}{f^2}\right) u - \left(\frac{xy}{f^2}\right) v \right] \\ Y &= \frac{H-h}{f} \cdot \left[y - \left(\frac{xy}{f^2}\right) u - \left(1 + \frac{y^2}{f^2}\right) v \right] \end{aligned}} \quad \text{(II b)}$$

φ, ω ve t cinsinden açılmış (yarı kat'i) koordineler:

$$\boxed{\begin{aligned} X &= \frac{(H-h)}{f} \left[x - f \left(1 + \frac{x^2}{f^2}\right) \operatorname{tg} \varphi - f \left(\frac{xy}{f^2}\right) \operatorname{tg} \omega \right] \\ Y &= \frac{H-h}{f} \left[y - f \left(\frac{xy}{f^2}\right) \operatorname{tg} \varphi - f \left(1 + \frac{y^2}{f^2}\right) \operatorname{tg} \omega \right] \end{aligned}} \quad \text{(II b)}$$

Şuaların vertikalle teşkil ettikleri şakulî açılar cinsinden koordineler:

$$\begin{aligned} X &= (H-h) \left[\operatorname{tg} \gamma_x - (1 + \operatorname{tg}^2 \gamma_x) \operatorname{tg} \varphi - (\operatorname{tg} \gamma_x \operatorname{tg} \gamma_y) \operatorname{tg} \omega \right] \\ Y &= (H-h) \left[\operatorname{tg} \gamma_y - (\operatorname{tg} \gamma_x \operatorname{tg} \gamma_y) \operatorname{tg} \varphi - (1 + \operatorname{tg}^2 \gamma_y) \operatorname{tg} \omega \right] \end{aligned} \quad \text{(II c)}$$

ÖZET : II

Koordine hatalarının hesabı:

$$\boxed{\begin{aligned} dX &= \frac{H-h}{f} \left[dx + \frac{x}{H-h} dz - y\, d\varkappa - f \left(1 + \frac{x^2}{f^2}\right) d\varphi - f \left(\frac{xy}{f^2}\right) d\omega \right] \\ dY &= \frac{H-h}{f} \left[dy + \frac{y}{H-h} dz + x\, d\varkappa - f \left(\frac{xy}{f^2}\right) d\varphi - f \left(1 + \frac{y^2}{f^2}\right) d\omega \right] \end{aligned}} \quad \text{III a}$$

Veya şakulî açı değerleri cinsinden:

$$dX = (H\text{-}h)\left[(1+tg^2\gamma_x)\,d\gamma_x + \left(\frac{tg\,\gamma_x}{H-h}\right).\,dz - (tg\,\gamma_y)\,d\varkappa - (1+tg^2\gamma_x)\,d\varphi - (tg\,\gamma_x \,.\, tg\gamma_y)\,d\omega\right]$$

$$dY = (H\text{-}h)\left[(1+tg^2\gamma_y)\,d\gamma_y + \left(\frac{tg\,\gamma_y}{H-h}\right).\,dz + (tg\gamma_x)\,d\varkappa - (tg\gamma_x \,.\, tg\gamma_y)\,d\varphi - (1+tg^2\gamma_y)\,d\omega\right] \qquad \text{(III b)}$$

veya münferit olarak

$\Delta X_x = \frac{(H\text{-}h)}{f}\,\Delta x$	$\Delta Y_x = 0$	
$\Delta X_y = 0$	$\Delta Y_y = \frac{(H\text{-}h)}{f}\,.\,\Delta y$	
$\Delta X_z = \frac{x}{f}\,.\,\Delta z$	$\Delta Y_z = \frac{y}{f}\,.\,\Delta z$	(III c)
$\Delta X_\varkappa = -\,y\,.\,\Delta\varkappa$	$\Delta Y_\varkappa = x\,.\,\Delta\varkappa$	
$\Delta X_\varphi = -(H\text{-}h)\left(1+\frac{x^2}{f^2}\right)\Delta\varphi$	$\Delta Y_\varphi = -(H\text{-}h)\left(\frac{xy}{f^2}\right).\,\Delta\varphi$	
$\Delta X_\omega = -(H\text{-}h)\left(\frac{xy}{f^2}\right)\Delta\omega$	$\Delta Y_\omega = -(H\text{-}h)\left(1+\frac{y^2}{f^2}\right).\,\Delta\omega$	