

**JEODEZİK NORMAL DENKLEM MATRİSİNDEKİ KATSAYILARIN  
MİNİMUM BANT GENİŞLİĞİ İÇİNDE TOPLANABİLMESİ İÇİN  
JEODEZİK NOKTALARIN NUMARALANMASI**

Olcay ÖZTAN  
Zafer KIZILSU  
Ufuk ÖZERMAN  
Necla ULUÇTEKİN  
Cengizhan İPBÜKER

**ÖZET**

Bu makalede, bir jeodezik ağa ait noktaların, ayrıca bunun genelleştirilmiş bir şekli olarak; ortak noktaları olan birden fazla jeodezik ağa ait noktaların herhangi bir şekilde numaralandırılarak dengelenmesi sırasında ortaya çıkan normal denklem matrisindeki sıfırdan farklı katsayıların içine alınabileceğinin bant genişliğini veren birer formül verilmiş, bağlantıları bulunan bir geçki ağının, zincir halkalarından oluşan yüzey ağlarının, bir otoyola ait bağlantı ve geçki ağının, birlikte dengelenmede bant genişliğinin en aza indirilebilmesi için ağ noktalarının numaralandırılmasında uygulanabilecek birer yöntem önerilmiş, literatür'e ilk kez kazandırılan bant matrisin lineer depolanması yöntemi sunulmuş, bu yöntemlerin uygulanması aşamasında gözüne alınması gereken hususlar ele alınmış, elde edilen sonuçlar ve dikkat edilmesi gereken noktalar vurgulanmıştır.

Jeodezik ağa ait noktaların herhangi bir şekilde numaralandırılması durumunda, normal denklem matrisindeki sıfırdan farklı katsayıların içine alınabileceğinin bant genişliği formülü, yönetme bilinmeyenlerinin önceden elimine edilmemesi olması durumu için, ilk kez bu makalede verilmiştir.

**ABSTRACT**

In this paper, in order to be stored the coefficients matrix of the geodetic normal equations that arised during the adjustment of a route network having connections in a matrix having a minimum band width, a method has been indicated, and the linear storage method of band matrix, in which the band matrix has been put into a vector form, has been given. A method which can be followed in order to find the minimum band width in surface networks constructed by chain loops, is given, this method has been applied first in a geometrically structured network, and then in non-geometrically structured Turkish National Triangulation Network.

In conclusion, some important points which have to be considered in the application step of this method, is handled and some suggestions are presented.

A formula is presented for obtaining the band width which would allow the inclusion of the normal equation coefficients differing from zero into the band which are derived during the adjustment of several geodetic networks having common points. A method is also suggested for application in the numbering of network points in order to decrease the band width to a minimum value in the joint adjustment of connection and route networks of a motorway, with emphasis on the results obtained and the points which should be taken into consideration.

In the numbering of points in a geodetic network by any method the band width formula which would allow inclusion into the band of those coefficients of the normal equation matrix which differ from zero, in the case where the orientation unknowns have not been pre-eliminated, has been presented in this paper for the first time.

## 1. GİRİŞ

Büyük denklem sistemlerinin çözülmesi sorununa bilim ve teknığın pek çok alanında rastlanmaktadır. Böyle büyük bir alana yayılmış olması nedeniyle; çözümlerin daha incelikli, daha sistemli, en çabuk, tıkanmadan elde edilebilmesi için çok çaba harcanmış ve çeşitli yöntemler geliştirilmiştir /1/, /2/. Jeodezi ve Fotogrametri mühendisliği alanında ise bu problem genel olarak ağ dengelemesinde görülür. Bilgisayarların kullanıma girmesinden sonra bazı çözüm yolları daha da önem kazanmıştır /3/. Bilgisayarların sınırlı olan bellek kapasiteleri ise önemli bir sorun olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu sorunun çözümü için, yeni lineer denklem sistemlerinin çözümü sırasında bilgisayarların belleğinde en az yer işgal etme durumunun elde edilebilmesi için modern bellek depolama yöntemleri geliştirilmiştir /4/, /5/, /6/. Bu modern bellek depolama yöntemlerinden en uygunu bant vektör depolama yöntemidir /6/. Bant ve bant vektör depolama yöntemlerinin geliştirilmiş olması nedeniyle; jeodezik normal denklem matrisindeki bütün katsayıları içine alan bant genişliğinin bulunması önem kazanmıştır. Jeodezik normal denklem sistemleri, sistemden sisteme farklı olmak üzere pek çok sıfır katsayısına sahiptir (%95'ten %99'a kadar) /4/. Jeodezik ağ noktalarının çeşitli biçimlerde numaralanması, normal denklem sisteminin herbir defa farklı bir yapısının oluşmasına neden olur /4/, /5/, /6/, /7/, /8/. Jeodezik normal denklem matrisinin en uygun yapısı, yani sıfırdan farklı elemanlarının içine alınabileceği en küçük bant genişliği, ağ noktalarının iyi bir numaralanması ile sağlanabilir /6/, /7/, /8/. Bölüm 3'de modern bellek depolama yöntemleri özetlenmiş ve bir depolama yöntemi önerilmiş /6/, bölüm 4'de bant genişliğinin bulunması için bir formül verilmiş /5/, /6/, /7/, /8/, bölüm 6'da da çeşitli nirengi ağlarının dengelenmesinde ortaya çıkan jeodezik normal denklem matrisindeki katsayıların minimum bant genişliği içinde toplanabilmesi için, jeodezik noktaların numaralanmasında izlenebilecek genel yollar gösterilmiştir /6/, /7/, /8/.

## 2. MODERN BELLEK DEPOLAMA YÖNTEMLERİ

Mittermayer normal denklem sisteminin katsayılarını kare matris içinde depolamış, çözümü ve inversi bu matris içinde yapmıştır. "Matrisin kare biçiminde depolanması (MKBD)" adı verilen bu yöntemde,

$$N=n(n+1) \quad (1)$$

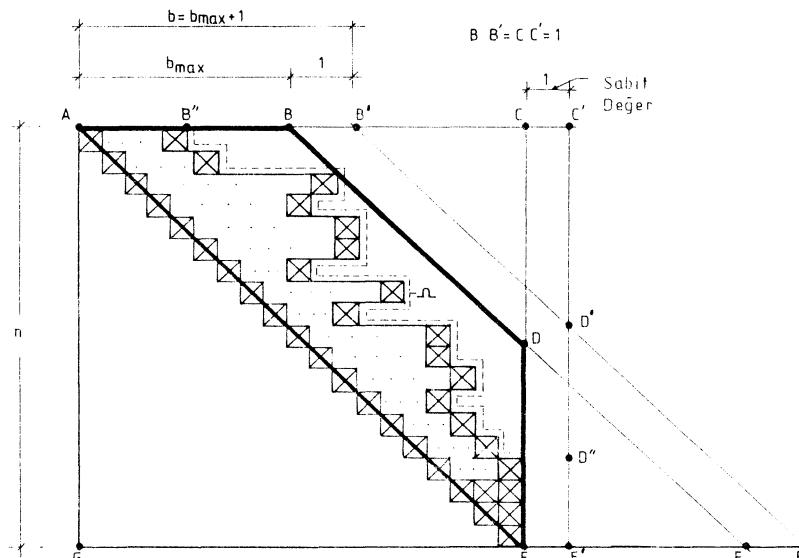
sayıda depolama yeri gereksinimi vardır (Şekil-1'de AC'E'FA alanı). Stiefel yarı matrisin satırlarını bir vektör içinde yanyana getirmiştir, çözümü ve inversi bu vektör içinde yapmıştır. "Yarı matrisin lineer depolanması (YMLD)" adı verilen bu yöntemde,

$$N=n(n+3)/2 \quad (2)$$

sayıda depolama yeri gereklidir (Şekil-1'de AC'E'EA alanı), /6/. Simetrik bir matrisin herhangi bir i. satırının ana köşegeninden itibaren sıfırdan farklı en dış katsayısına (Şekil-1'de  $\otimes$  işaretli ile gösterilen elemanlar) kadar olan elemanların sayısı  $b_1$  olmak üzere,  $b_1$ 'lerin maksimumu bant genişliğini verir ( $b=b_{\max}$ ). Sabit terimler de bant içinde düşünülürse bant genişliği  $b=b_{\max}+1$  olur (Şekil-1'de AB'F'EA). Normal denklemin katsayıları bu dikdörtgen matris içinde depolanmış, çözüm bu matris içinde yapılmıştır. "Bant matrisin dikdörtgen depolanması (BMDD)" adı verilen bu yöntemde,

$$N=n.b \quad (3)$$

sayıda depolama yerine gerek vardır /4/,/6/. invers alma olanağı yoktur. DEFD alanı < BCDB alanı olduğu sürece, depolama alanı açısından bant matrisin dikdörtgen depolanması yöntemi, yarı matrisin lineer depolanması yönteminden avantajlıdır.



Şekil-1: Modern depolama yöntemleri

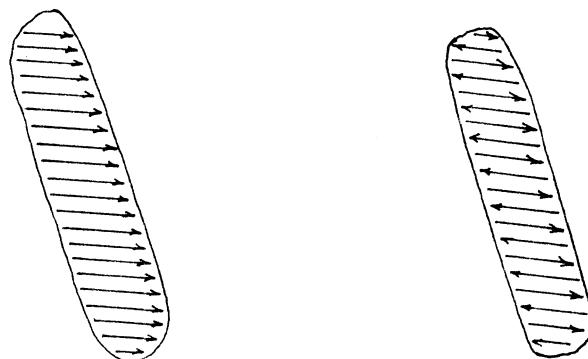
Bant matrisin dikdörtgen depolanması yönteminin bir geliştirilmiş şekli /5/,/6/'da verilmiştir. AB'D'E'EA alanına ait satırlar bir vektör içinde yan yana getirilmiş, çözüm ve invers işlemleri bu vektör içinde yapılmış,  $mx$ ,  $my$  karesel ortalama hatalarının bulunması amacı ile QII bu vektörün ucunda depolanmıştır. "Bant matrisin lineer depolanması(BMLD)" adı verilen bu yöntemde,

$$N=n.b-(b-1)(b-2)/2 \quad (4)$$

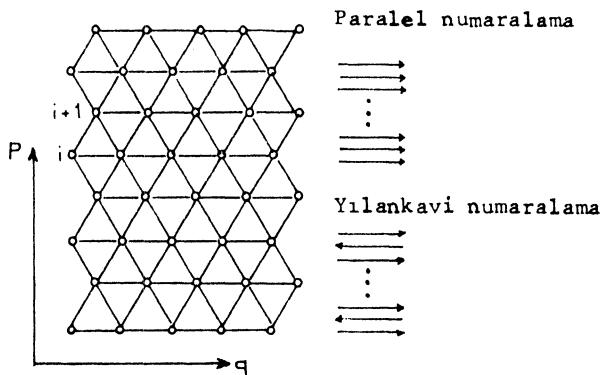
sayıda depolama yeri gerekmektedir. BCDB alanı büyükçe bu yöntemin depolama alanından kazanç açısından yarı matrisin lineer depolanması yönteminden olan avantajı artar. BCDB alanı sıfır olduğu zaman bu yöntem limit olarak yarı matrisin lineer depolanması yöntemine gider ( $b=n+1$  için  $n.b-(b-1)(b-2)/2 \rightarrow n(n+3)/2$  olur). Depolama yerinden kazanç  $(b-1)(b-2)/2$ 'dir.  $b=n/2$  için kazanç  $(n-2)(n-4)/8$  olur. Lineer denklem sisteminin katsayılarının depolanması için  $A,B'',\Omega$  eğrisi,  $D'',E',E$  ve A tarafından çevrilmiş alanın kullanıldığı bir diğer yöntem 1969'da 1. derece Fransız nirengi ağlarının dengelenmesinde kullanılmıştır /4/, (Şekil-1). Burada  $\Omega$  eğrisi ana köşeginden itibaren sıfırdan farklı  $\otimes$  işaretini ile gösterilen en dış katsayıları çevreleyen eğri ile tanımlanır. Bant matris içinde depolama yöntemleri, bu modern depolama yöntemleri arasında en gelişmiş yöntemlerden biri olarak görülmektedir /4/,/5/,/6/.

### 3. GEOMETRİK AĞLarda BANT GENİŞLİĞİ ÜZERİNE YAPILAN ÇALIŞMALAR

G.Schmitt, homogen ağlarda bant genişliğini araştırmak için, paralel ve yılankavı olmak üzere (Şekil-2) çeşitli doğrultularda uygulanabilen iki farklı numaralama yöntemi vermiş ve bunu Şekil-3'deki geometrik ağa uygulamıştır /4/. Yönleltme bilinmeyenlerinin önceden elimine edilmemesi ve edilmesi durumlarını ayrı ayrı ele almıştır.



Şekil-2: a. Paralel numaralama      b. Yılankavı numaralama



Şekil-3: Her sırasında  $q$  nokta bulunan  
 $p$  sıralı geometrik ağ

#### a. Geometrik Ağlarda Yönlendirme Bilinmeyenlerinin Önceden Elimine Edilmemesi Durumunda Bant Genişliği

Şekil-3'deki herbir sırasında  $q$  nokta bulunan  $p$  sıralı geometrik ağda noktaların toplam sayısı

$$m=p \cdot q \quad (5)$$

dur. Her noktada üç bilinmeyen ortaya çıktığından katsayılar matrisinin  $n$  boyutu (5)'den

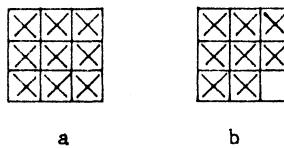
$$n=3 \cdot m = 3 \cdot p \cdot q \quad (6)$$

olur. G.Schmitt, bu geometrik ağın paralel numaralanması durumunda  $b$  bant genişliğini,

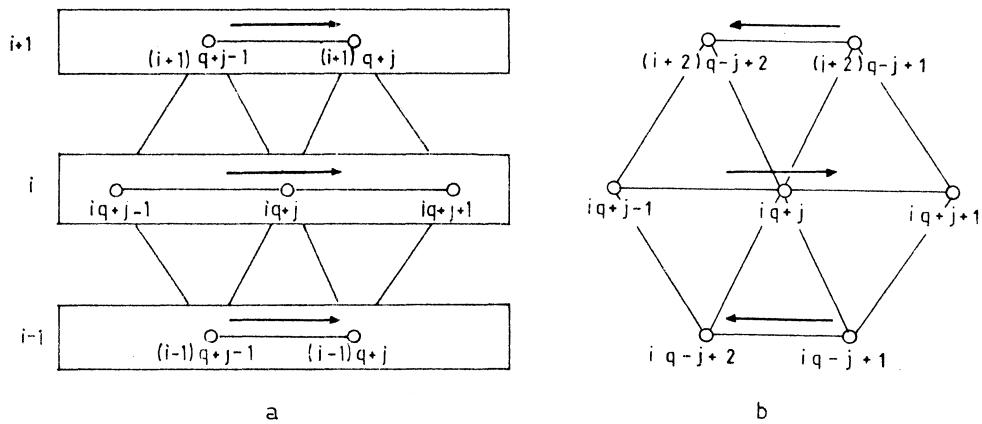
$$b=3 \cdot q \quad (7)$$

olarak elde etmiştir /4/. Şekil-4.a ve 4.b'deki  $3 \times 3$  katsayılı bir blok, Şekil-6 ve Şekil-7'de bir dolu kare ile gösterilmiştir. Şekil-4.a köşegenin üzerinde, Şekil-4.b köşegenin dışında bulunan bir bloktaki katsayı durumu göstermektedir /4/.

Şekil-3'deki geometrik ağın  $(i-1), i, (i+1)$ 'inci sırasındaki ardışık noktaların paralel ve yılankavi numaralanması Şekil-5'de görülmektedir. Şekil-5.a'nın  $(i-1), i, (i+1)$ 'inci sırasında noktalar, Şekil-6'nın  $(i \cdot q + j)$ 'inci satırındaki sırasıyla sol yan köşegen yakınında 2, ana köşegen ile yanlarında birer olmak üzere 3 ve sağ köşegen yakınında 2 bloğun oluşmasına neden olur.



Şekil-4: a. Ana köşegen üzerindeki bloklar  
b. Ana köşegen dışındaki bloklar



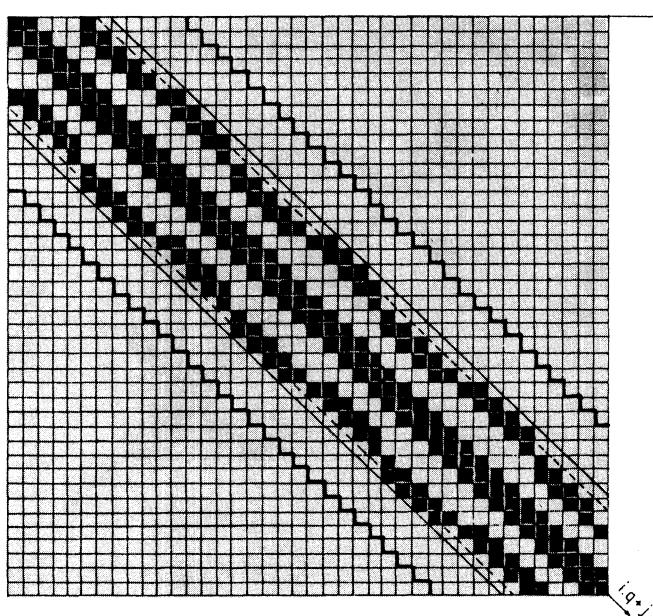
Şekil-5: Şekil-6 ve 7'nin (i.q+j)'inci satırındaki blokları oluşturan nokta numaraları:



G.Schmitt, Şekil-2'deki geometrik ağın yılankavi numaralanması durumu için de bant genişliğini,

$$b = 6.9 \quad (8)$$

olarak elde etmiştir /4/. Şekil-7'de yılankavı numaralamada normal denklem sisteminin yapısı görülmektedir.

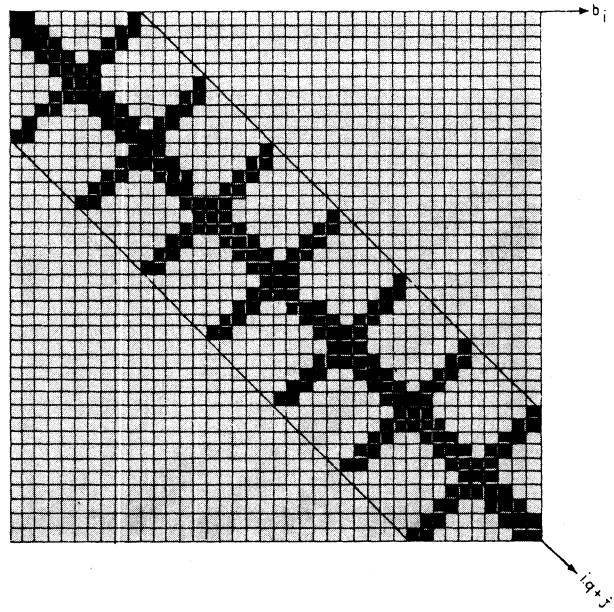


Şekil-6: Paralel numaralamada Şekil-2'deki ağa ait normal denklem sisteminin yapısı

(7)'nin (8) ile karşılaştırılması ile, yöneltme bilinmeyenlerinin önceden elimine edilmemesi durumunda, ağın paralel numaralanmasının önemi ortaya çıkar.

Eğer değişken bant matrisin lineer depolanması yöntemi kullanılır ise, katsayılar matrisinin Şekil-8'de dolu ve kareli olarak gösterilen yerindeki sıfırdan farklı ve sıfır katsayıları bellekte depolanır. Çizgili olarak görülen yerdeki sıfır katsayılarının bellekte depolanmasına gerek kalmaz. Bu çizgili yerdeki katsayıların sayısı yaklaşık olarak bant içindeki katsayıların yarısı kadardır.

Böylece değişken bant matrisin lineer depolanması yönteminin kullanılması durumunda, her iki numaralama biçimini için bellekte aynı yer gereksinimi ortaya çıkar (Şekil-6), (Şekil-8), /4/,/5/.



Şekil-7: Yılankavi numaralamada Şekil-2'deki ağa  
ait normal denklem sisteminin yapısı



Şekil-8: Değişken bant matrisin lineer depolanması yönteminde  
bellekten yer kazancı

**b. Geometrik Ağlarda Yöneltme Bilinmeyeninin Önceden Elimine Edilmesi Durumunda Bant Genişliği**

Yöneltme bilinmeyenlerinin önceden elimine edilmesi durumunda bilinmeyen sayısı 3 m.'den 2 m.'ye iner, fakat normal denklem sisteminin yapısında büyük değişiklikler ortaya çıkar /4/. Bu durumda (6) denklemi,

$$n=2.m = 2.p.q \quad (9)$$

olur.

G.Schmitt, Şekil-3'deki geometrik ağın paralel numaralanması ve yöneltme bilinmeyenlerinin önceden elimine edilmesi durumunda b bant genişliğini,

$$b=4.q \quad (10)$$

yılankavi numaralanması durumunda ise,

$$b=4.q \quad (11)$$

olarak elde etmiştir /4/. (10) ve (11)'den her iki numaralama durumunda da bant genişliğinin aynı olduğu görülür. Yalnızca bantların iç yapısı farklıdır.

Burada her iki numaralama durumunda ortaya çıkan bant genişliği (7)'nin verdiği miktara göre daha fazladır. Şekil-6'da yöneltme bilinmeyenlerinin önceden elimine edilmesi durumunda, her iki numaralama için aynı olan ana köşegen ve paralel yan köşegenler gösterilmiştir. Burada bir kare 2x2 katsayılık bir blok'a karşılık gelmektedir. Burada da bant matrisin lineer depolanması yerine, değişken bant matrisin lineer depolanması yönteminin kullanılması durumunda bellekte bir yer azalması söz konusu değildir.

**4. YÖNELTME BİLINMEEYENLERİNİN ÖNCEDEN ELİMİNE EDİLMİŞ OLMASI DURUMUNDA BANT GENİŞLİĞİNİ VEREN GENELLEŞTİRİLMİŞ BİR FORMÜL**

Jeodezik ağa ait noktaların herhangi bir şekilde numaralandırılmasında, normal denklem matrisindeki sıfırdan farklı katsayıların içine alınabileceği bant genişliği (yöneltme bilinmeyenlerinin önceden elimine edilmiş olması durumunda),

$$b_i = 2(N_{\max}^i - N_{\min}^i) + C, \quad i=1,2,\dots,n \quad (12)$$

ifadesi ile bulunan  $b_1, b_2, \dots, b_n$  değerlerinden en büyüğü olarak verilmiştir /5/,/6/,/7/,/8/,/9/.

Burada,

$n$  ; teodolitin kurulduğu nokta sayısı,

$N_{\max}^i$  ; teodolitin kurulduğu noktanın numarası  $N^i$  ve buradan gözlelen noktaların numaraları  $N^j$  ( $j=1,2,\dots$ ) olmak üzere  $N^i$  ve  $N^j$  nokta numaralarının oluşturduğu küme içindeki en büyük doğal sayı,

$N_i^{\min}$ ;  $N_i^j$  ve  $N_i^j$  nokta numaralarının oluşturduğu kümeye içindeki en küçük doğal sayıdır /5/,/6/. Sabit terimler, katsayılar matrisi içinde ise  $C=3$ , değil ise  $C=2$ 'dir. Durulan ve bakılan noktalar içinde koordinatları bilinen noktalar var ise,  $b_j$  büyüklüklerinin bulunmasında bu noktaların numaraları gözönüne alınmaz /5/,/6/,/7/.

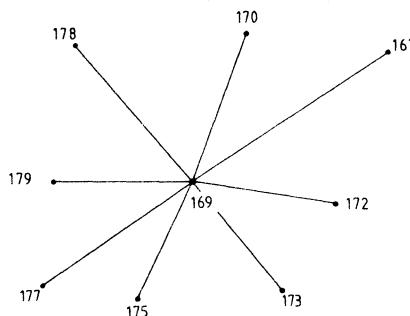
(12) ifadesinden bant genişliğinin elde edilmesi için bir bilgisayar yazılımı düzenlenebilir /9/. (12) formülünün daha iyi anlaşılabilmesi için, Şekil-9'da 169 numaralı noktadan yapılan gözlemler örnek olarak gösterilmiştir. Şekil-9'dan,

$$N_i^j = 169$$

$$N_i^j \quad (j=1,2,\dots,8) = (170, 167, 172, 173, 175, 177, 179, 178)$$

$$N_i^{\max} = 179, \quad N_i^{\min} = 167$$

dir.  $C=3$  ise, (12)'den  $b=27$  olur. Teodolidin kurulduğu  $n$  nokta için ( $i=1,2,\dots,n$ ) ayrı ayrı  $b_1, b_2, \dots, b_i, \dots, b_n$  değerleri aynı şekilde bulunur. Bunlardan en büyüğü bant genişliğini verir /6/.



Şekil-9: 169 numaralı noktadan yapılan gözlemler

Paralel ve yıldızkavı numaralamanın uygulandığı yön bant genişliğine etki eder /4/,/5/. Fakat bant genişliğinin minimize edilebilmesi için (12)'de verilen formülasyonun gözönüne alınması gereklidir /6/,/7/,/8/,/10/. Bölüm 6.a'da bağlantıları olan geçki ağının /6/, bölüm 6.b'de zincir halkalarından oluşan nirengi ağlarının /7/, dengelenmesi sırasında ortaya çıkan normal denklemlerin sıfırdan farklı katsayılarının minimum bant genişliği içine alınabilmesi amacı ile, ağın numaralandırılmasında uygulanabilecek birer yöntem verilmiştir.

Ortak noktaları olan birden fazla jeodezik ağa ait noktaların herhangi bir şekilde numaralandırılmasında, normal denklem matrisindeki sıfır-dar farklı katsayıların içine alınabileceğİ bant genişliğinin ise(Yönelme bilinmeyenlerinin önceden elimine edilmiş olması durumunda),

$$b_i^j = 2 \left[ (N_{\max}^i)^{j_1} - (N_{\min}^i)^{j_1} \right]_+ C, \quad i=1,2,\dots,n \quad j=1,2,\dots,p \quad (13)$$

ifadesi ile bulunan

$$[b_1^{j_1}, \quad j_1=1,2,\dots,p_1], [b_2^{j_2}, \quad j_2=1,2,\dots,p_2], \dots, [b_n^{j_n}, \quad j_n=1,2,\dots,p_n]$$

değerlerinden en büyüğü olduğu /8/'de verilmiştir. Burada yönlendirme bilinmeyenlerinin önceden elimine edilmemesi durumu ele alınmayaacaktır /5/. (13) formülü  $j_i=1$  için (12) formülüne dönüştürmektedir. Böylece (12) formülü bütün ağılar için kullanılabilen şekilde genelleştirilmiş olur. Burada  $N_{\max}^i$ ,  $N_{\min}^i$  ve  $C$ , (12) formülünde açıklandığı gibidir. Bir  $i$  numaralı nokta  $P_i$  tane jeodezik ağıın ortak noktası ise, bu  $i$  numaralı noktada  $P_i$  tane  $b_i^1, b_i^2, \dots, b_i^{p_i}$  büyüklüğü bulunacaktır. Diğer bir deyişle  $P_i$  indisi,  $i$  numaralı noktanın kaç tane jeodezik ağıın ortak noktası olduğunu göstermektedir.  $(N_{\max}^i)^{j_i}, (N_{\min}^i)^{j_i}$  ifadelerindeki  $j_i$  indisi,  $b_i^{j_i}$  büyüklükleri hesaplanırken  $N_{\max}^i$  ve  $N_{\min}^i$  değerinin bulunmasında  $j_i$ 'inci ağa ait gözlemlerin kullanılacağını göstermektedir. Örneğin  $i$  numaralı nokta, iki ağa ait ortak bir nokta ise bu  $i$  numaralı noktada  $j_i$  indisi 1 ve 2 değerlerini alır.  $b_i^1$  hesaplanacaksa,  $i$  numaralı noktadan 1 numaralı ağıın doğrultularına ait nokta numaraları,  $b_i^2$  hesaplanacaksa  $i$  numaralı noktadan 2 numaralı ağıın doğrultularına ait nokta numaraları kullanılacaktır. (12) ve (13) formüllerinin daha iyi anlaşılabilmesi ve farklılarının ortaya konabilmesi için Şekil-10.a ve Şekil-10.b'deki sayısal örnekler verilmiştir. (12) formülü kullanılırsa, Şekil-10.a ve 10.b'den (Şekil-10.a'da  $i=65$ , Şekil-10.b'de  $i=55$ ),

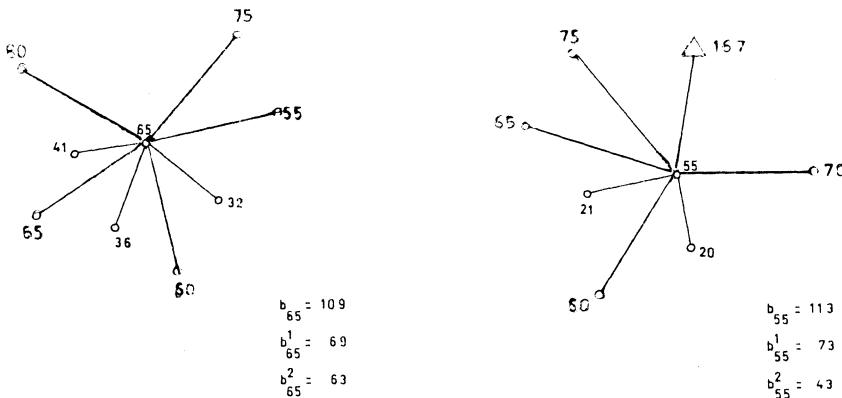
$$b_{65}^1 = 2(85-32)+3=109, \quad b_{55}^1 = 2(75-20)+3=113$$

(13) formülü kullanılırsa Şekil-10.a ve 10.b'den,

$$b_{65}^1 = 2(65-32)+3=69 \quad b_{55}^1 = 2(55-20)+3=73$$

$$b_{65}^2 = 2(85-55)+3=63 \quad b_{55}^2 = 2(75-55)+3=43$$

elde edilir. (13) formülünün daha küçük bir bant genişliği vereceği açık olarak görülmektedir. Bir jeodezik ağıın açı ölçmelerinde, daha iyi görüş



Şekil-10: Siyah 1 no.lu, mavi 2 no.lu ağ noktalarını göstermektedir.

elde etmek amacı ile ağın bazı noktalarında teodolitin ayrı ayrı zamanlarda birden fazla sayıda kurularak doğrultuların ölçülmesi ve bu doğrultuların birleştirilmemesi durumunda bant genişliği yine (13) formülünden bulunur. Bir i numaralı noktada P kez tecdolitin kurulması, bu noktanın p tane jeodezik ağın ortak noktası olması durumuna karşılık gelmektedir. Teodolitin ağın bazı noktalarında birden fazla kurulması, nokta sıklaştırılması, mevcut ağa yeni ağların eklenmesi, bir ağın başka bir ağa bağlanması durumunda ortaya çıkmaktadır. Bu durumda bant genişliği yine (13) formülü ile elde edilebilmektedir. Bütün bu durumlar ortak noktaları olan birden fazla jeodezik ağın dengelenmesinde bant genişliği başlığı altında düşünülmüştür.

Bölüm 6.c'de bağlantı ve geçki ağlarının tümden dengelenmesi sırasında ortaya çıkan normal denklemelerin sıfırdan farklı katsayılarının minimum bant genişliği içine alınabilmesi amacı ile, (13) formülü gözönüne alınarak ağın numaralandırılmasında uygulanabilecek bir yöntem verilmiştir /8/.

##### 5. YÖNELTME BİLINMEYENLERİNİN ÖNCEDEN ELİMİNE EDİLMEMİŞ OLMASI DURUMUNDA BANT GENİŞLİĞİNİ VEREN BİR FORMÜL

Jeodezik ağa ait noktaların herhangi bir şekilde numaralandırılmasında, normal denklem matrisindeki sıfırdan farklı katsayıların içine alınabileceği bant genişliği, yöneltme bilinmeyenlerinin önceden elimine edilmemiş olması durumunda,

$$b_i = 3 \left| \begin{pmatrix} N_j & -N_i \\ N_i & N_i \end{pmatrix} \right| \max + C, \quad j=1,2,\dots \quad i=1,2,\dots,n \quad (14)$$

ifadesi ile bulunan  $b_1, b_2, \dots, b_n$  değerlerinden en büyüğü olarak verilmişdir /5/. Burada,

$n$  ; teodolitin kurulduğu nokta sayısı,  
 $N_i$  ; teodolitin kurulduğu noktanın numarası,  
 $N_i^j$  ; teodolitin kurulduğu noktadan bakılan noktaların numarası  
 dir. Eğer sabit terim, katsayılar vektörü içinde ise  $C=4$ , değil ise  $C=3$  olur.  $b_i, N_i$  numaralı noktada,  $\{(N_i^j - N_i) \mid j=1,2,\dots\}$  kümesine ait elemanların mutlak değerlerinin maksimumuna  $C$  sabitinin eklenmesi ile bulunur /5/ .

(14) formülünün daha iyi anlaşılabilmesi için, Şekil-9'da 169 numaralı noktadan yapılan gözlemeler örnek olarak gösterilmiştir. Şekil-9'da

$$\{(N_i^j - N_i) \mid j=1,2,\dots\} = \{(178-169), (170-169), (167-169), (172-169), (173-169), (175-169), (177-169), (179-169)\}$$

buradan

$$|(N_i^j - N_i)| \text{ max}=10$$

dir.  $C=4$  ise (14)'den

$$b=(3 \times 10) + 4$$

$$b=34$$

olur. Bölüm 4'de aynı örneğe ait bant genişliği  $b=27$  olarak bulunmuştur. Buradan da, yöneltme bilinmeyenlerinin önceden elimine edilmiş olması durumunda bant genişliğinin daha küçük olduğu görülmektedir. Her ne kadar, (14) formülünün, (13) formülü gibi genelleştirileceği düşünülebilirse de bant genişliğinin büyük çıkması nedeniyle ispat ve uygulamanın yapılmasına gerek görülmemiştir. Yöneltle bilinmeyenlerinin önceden elimine edilmemiş olması durumuna göre düzenlenmiş dengeleme yazılımlarında (14) formülünün (13) formülü gibi genelleştirilmiş şekilde göz önüne alınıp denenmesi salık verilebilir. Şekil-5'e (12) formülü uygulanırsa, paralel numaralama için ( $C=2$ ),

$$b=2 [(i+1).q+j - \{(i-1).q+j-1\}] + 2 = 4(q+1) \quad (15)$$

yılankavi numaralama için,

$$b=2 [(i+2).q-j+2 - (i.q-j+1)] + 2 = 4(q+1) \quad (16)$$

Sekil-5'e (14) formülü uygulanırsa, paralel numaralama için ( $C=3$ ),

$$b=3|i \cdot q+j - \{ (i-1)q+j-1 \} | + 3 = 3(q+2) \quad (17)$$

yılankavi numaralama için,

$$b=3|i \cdot q+j - \{ i \cdot q-j+1 \} | + 3 = 6 \cdot j$$

$b; j=q$  için maksimum olacağından,

$$b=6 \cdot q \quad (18)$$

olarak G.Schmitt'in (7),(8),(10),(11) formülleri (15),(16),(17) ve (18) formülleri ile karşılaştırılırsa G.Schmitt'in gözden kaçan dalgınlığı ortaya çıkar /4/,/5/.

Nirengi ağlarının dengelenmesinde ortaya çıkan jeodezik normal denklem matrisindeki katsayıların minimum bant genişliği içinde toplanabilmesi için jeodezik noktaların numaralandırılması çalışmalarında G.Schmitt'in paralel ve yılankavi numaralama yönteminin gözönüne alınması yeterli değildir. (12) ve (13) formüllerinin gözönüne alınması gerekliliği yeterlidir. /10/.

Yöneltleme bilinmeyenlerinin önceden elimine edilmiş olması durumunda  $C=3$  için paralel ve yılankavi numaralandırmada bant genişliği, (15) ve (16)'dan,

$$b=4(q+1)+1 \quad (19)$$

yöneltleme bilinmeyenlerinin önceden yok edilmemesi durumunda  $C=4$  için paralel numaralandırmada bant genişliği (17)'den,

$$b=3(q+2)+1 \quad (20)$$

yılankavi numaralandırmada bant genişliği (18)'den,

$$b=6 \cdot q+1 \quad (21)$$

olur.

Yöneltleme bilinmeyenlerinin önceden yok edilmesi durumunda, bant matrisin lineer depolanması yönteminin bilgisayar bülleğinde gerektirdiği yer, paralel ve yılankavi numaralandırma için (4),(9) ve (19)'dan,

$$N=2.p.q(4q+5)-4(q+1)(4q+3)/2 \quad (22)$$

yönelme bilinmeyenlerinin önceden elimine edilmemiş olması durumunda, paralel numaralandırma için (4), (6) ve (20)'den,

$$N=3.p.q(3q+7)-3(q+2)(3q+5)/2 \quad (23)$$

yılankavi numaralandırma için (4), (6) ve (21)'den

$$N=3.p.q(6q+1)-3q(6q-1) \quad (24)$$

olarak elde edilir. Yönelme bilinmeyenlerinin önceden elimine edilmemiş olması durumunda paralel ve yılankavi numaralandırma yöntemlerinin bellekte gerektirdiği yer açısından karşılaştırılması Tablo-1'de gösterilmiştir.

Tablo-1: Yönelme bilinmeyenlerinin önceden elimine edilmemiş olması durumunda, paralel ve yılankavi numaralamalar sonucunda bilgisayar belleğindeki yer gereksinimi

$p=q$	20	40	60	80	100
$N_p$	78.255	601.725	2.002.395	4.712.265	9.163.335
$N_y$	138.060	1.128.120	3.834.180	9.120.240	17.850.300
$N_y/N_p$	1.76	1.87	1.91	1.94	1.95
$\frac{(N_y-N_p)}{N_y}$	% 43	% 47	% 48	% 48	% 49

Tablo-1 incelenirse yılankavi numaralamaların paralel numaralamaya göre bilgisayar belleğinde (1.75-2) kat yere gereksinim gösterdiği anlaşılır.

Tablo-2'de, şekil-3'deki ağır paralel numaralandırılması ve yönlendirme bilinmeyenlerinin önceden elimine edilmesi veya edilmemesi durumları için bellekte yer gereksinimi ve bellekten yer kazancı yüzde olarak verilmiştir.

Tablo-2'den yönlendirme bilinmeyenlerinin önceden elimine edilmesi durumunda bilgisayar belleğinden yüzde (23-12) arası bir yer kazanımı olduğu görülmektedir.

Tablo-2: Yönetmeli bilinmeyenlerinin önceden elimine edilmiş olması durumunda bilgisayar belleğinden yer kazanımı

p=q	10	20	40	60	80	100
N	8 054	64 514	514 634	1 734 354	4 107 674	8 018 594
Np	10 470	78 255	601 725	2 002 395	4 712 265	9 163 335
(Np-N) Np	% 23	% 17.6	%14.5	% 13.4	% 12.8	% 12.5

Avrupa ana nirengi ağının Batı Almanya kısmı, yönetmeli bilinmeyenlerinin önceden elimine edilmesi ve edilmemesi durumlarında üç çeşit numaralama düzeni uygulanarak 6 kez dengelenmiş, sözkonusu edilen depolama yöntemleri, bellekte gerektirdiği yer ve hesap işi açısından karşılaştırılarak ilginç sonuçlar ve diyagramlar verilmiştir /4/.

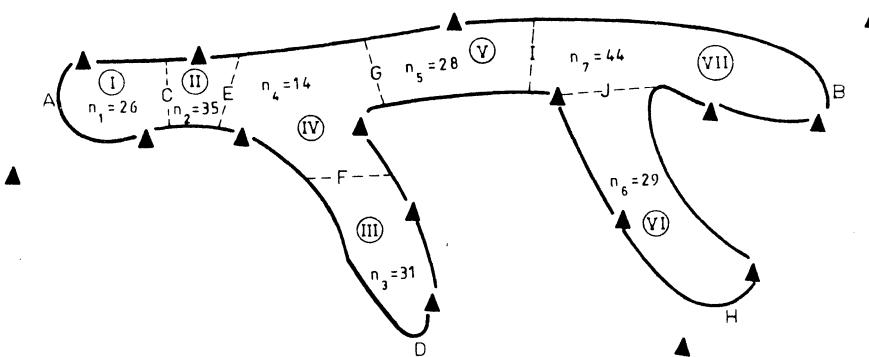
**6. FARKLI YAPILARDAKİ NİRENGİ AĞLARININ DENGELENMESİNDE ORTAYA ÇIKAN JEODEZİK NORMAL DENKLEM MATRİSİNDEKİ KATSAYILARIN MİNİMUM BANT GENİŞLİĞİ İÇİNDE TOPLANABILMESİ İÇİN JEODEZİK NOKTALARIN NUMARALANDIRILMASI**

Çok noktalı konum ağlarının dengelenmesi sırasında ortaya çıkacak olan jeodezik normal denklem katsayılar matrisinin en küçük bant genişliğine sahip bir matris içinde depolanabilmesi için, öncelikle; ağ noktalarının numaralandırılması araştırılır /6/,/7/,/8/. Jeodezik ağa ait koordinatları bilinen noktalar en önce veya en son numaralanır. Bu durumda koordinatları bilinen tüm noktaların numaraları, koordinatları bilinmeyen tüm noktaların numaralarından ya küçüktür veya büyüktür.

**a. Bağlantıları Olan Geçki Ağlarının Dengelenmesinde En Küçük Bant Genişliğinin Elde Edilebilmesi İçin Bir Numaralama Yöntemi**

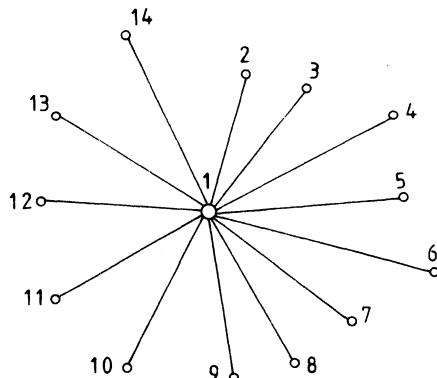
Şekil-11'de Türkiye Anadolu Otoyolu için oluşturulan geçki ağı şematik olarak verilmiştir. Bu geçki ağı; I,II,IV,V ve VII ile gösterilen ana geçki ağı ile III ve VI ile gösterilen bağlantı ağından oluşmaktadır.

Geçki ağında koordinatları bilinen 16 nokta, koordinatları bilinmeyen 207 nokta vardır. Normal denklem matrisinin boyutu  $n=414'$ dür. "▲" işaretli noktalar koordinatları bilinen noktalardır. Şekil-11'de şematik olarak gösterilen geçki ağının dengelenmesi sırasında ortaya çıkan normal denklem katsayılar matrisinin sıfırdan farklı elemanları, bu ağa ait noktaların numaralandırılmasında aşağıda açıklanan yolun izlenmesi ile 31 bant genişliği içine alınabilmistiir. Şekil-11'deki geçki ağının I parçasında 26, II parçasında 35, III parçasında 31, IV parçasında 14, V parçasında 28, VI parçasında 29, VII parçasında 44 koordinatı bilinmeyen nokta ile 16 koordinatı bilinen nokta vardır. I parçası A'dan C'ye doğru 1'den itibaren sıra ile numaralandırılmıştır. II parçası



Şekil-11: 223 noktadan oluşan geçki ağının şematik şekli

C'den E'ye doğru I parçasının son numarası olan 28'den itibaren çift numaralar ile sırayla numaralandırılırken, III parçası da D'den itibaren F'ye doğru 27'den itibaren tek numaralar ile sırayla numaralandırılmıştır. II parçasının C sınırı, II ve III parçalarındaki nokta sayısı yaklaşık eşit olacak biçimde belirlenmiştir. Burada II parçasındaki nokta sayısı 35, III parçasındaki nokta sayısı 31'dir. II ve III parçasındaki nokta sayısı yaklaşık olarak eşit olduğu için, C ve D çizgilerinden numaralamaya başlandığında, E ve F çizgilerine birbirine çok yakın nokta numaraları ile varılır (burada E çizgisine 96, F çizgisine de 87 nokta numarası ile varılmıştır). Aynı düşünce V ve VI parçaları için de uygulanır. Dikkat edilirse V ve VI parçalarındaki nokta sayıları birbirine çok yakındır (V parçasında 28, VI parçasında 29 nokta vardır). Şekil-12'de olduğu gibi yalnızca IV numaralı ağın numaralandırılması şematik olarak gösterilirse, (12) ifadesinden bant genişliği 29 olarak bulunur.

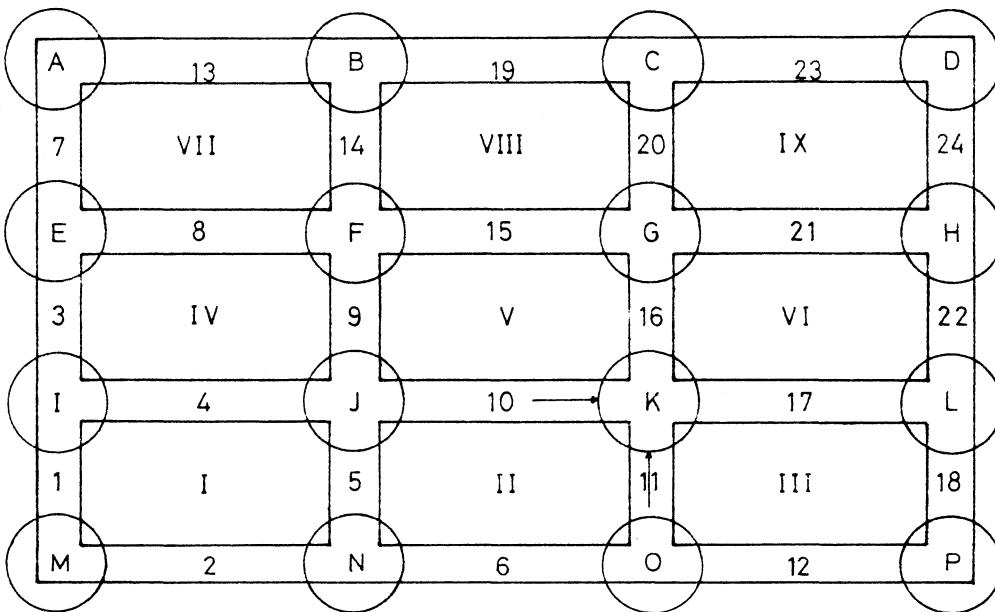


Şekil-12: IV numaralı ağ noktalarının bağımsız olarak numaralandırılmasına ait şematik durum

Şekil-11'deki tüm ağa ait olarak bulunan bant genişliğinin, sadece IV numaralı ağ için elde edilebilecek minimum bant genişliğine hemen hemen eşit olduğu görülür /6/.

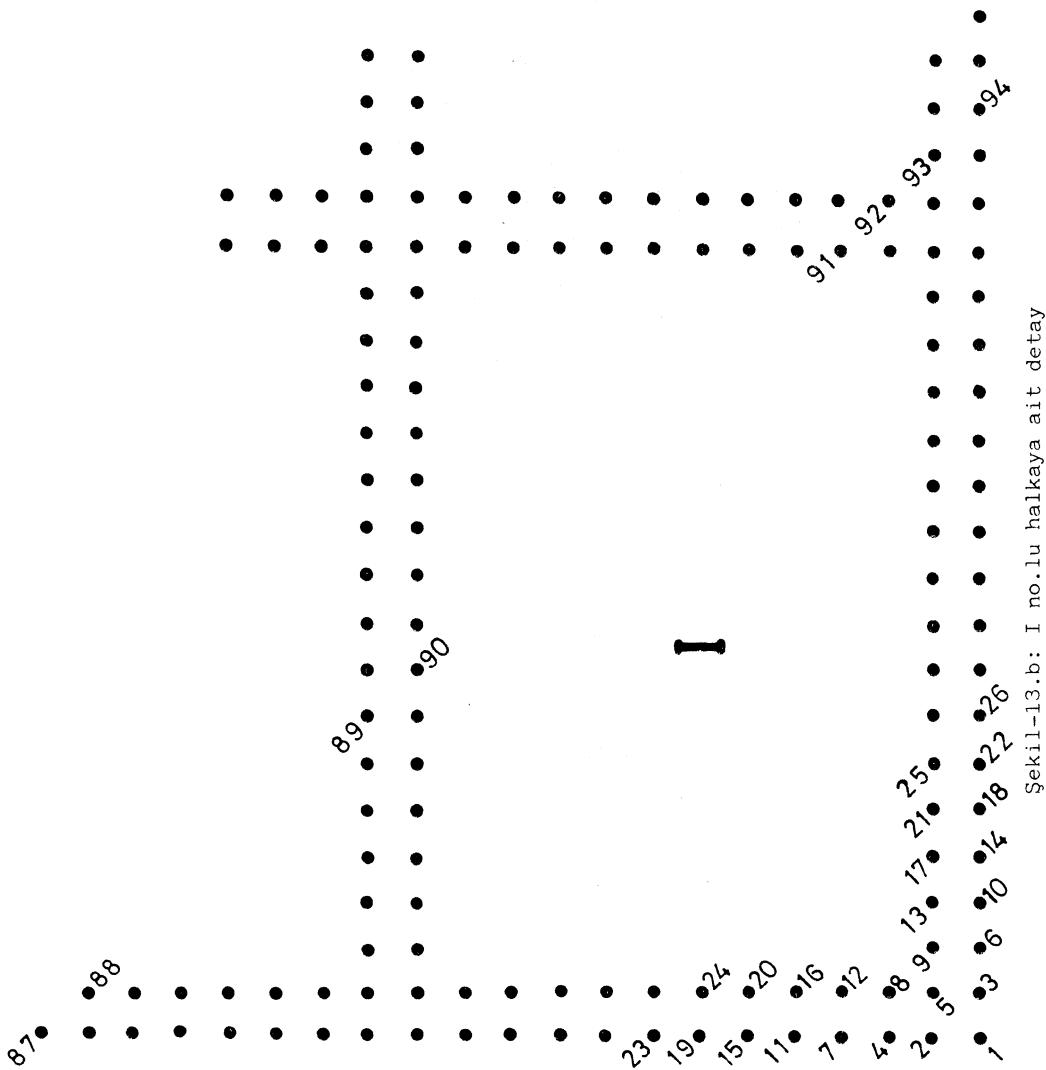
**b. Zincir Halkalarından Oluşan Yüzey Ağlarının Dengelenmesinde En Küçük Bant Genişliğinin Elde Edilebilmesi İçin Bir Numaralandırma Yöntemi**

Bu numaralandırma şekli, Şekil-13.a'da tamamı şematik olarak, Şekil-13.b'de ise bir parçası ayrıntılı olarak verilen zincir halkalarından oluşan geometrik yapıyı ağa da görmektektir. Şekil-13.c ve 13.d'de K ve P detayları ayrıntılı olarak verilmistir. I, II, ..., IX numaralı halkalar aynı yapıya sahiptir.

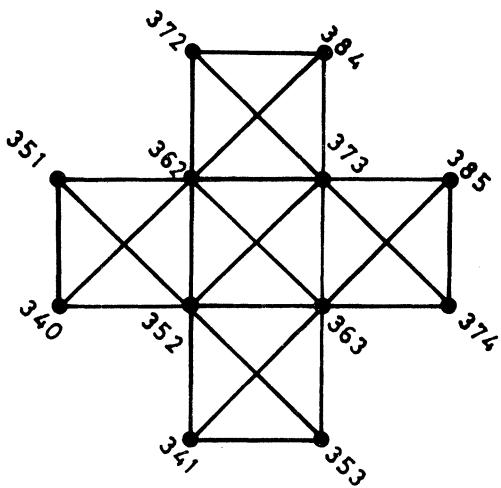


Şekil-13.a: Zincir halkalarından oluşan geometrik yapıyı  
Şematik ağı (I.II,...,IX halkaları),(1,2,...,  
24 dallar), (A.B,...,P düğüm noktaları)

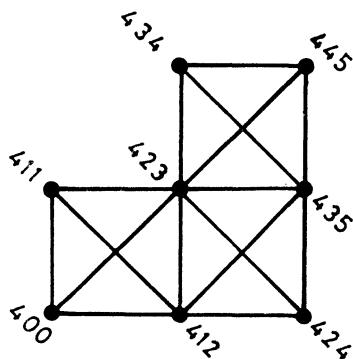
Ağda toplam nokta sayısı 664'tür. Şekil-13.b,c ve d'den görüldüğü gibi numaralandırma, şeitin köşegeni doğrultusunda paralel numaralandırma yöntemi uygulanarak yapılır. Yapılan araştırmalar; bu şekildeki numaralandırma yönteminin uygulanması ile, zincir halkalarından oluşan yüzey ağları için en küçük bant genişliğinin elde edilebileceğini göstermiştir.



Sekil-13.b: I no.lu halkaya ait detay



Sekil-13.c: K düğüm noktasına ait detay



Sekil-13.d: P düğüm noktasına ait detay

(12) nolu eşitlik  $i=1,2,\dots,664$  için uygulanır. Buradan bulunan  $b_1, b_2, \dots, b_{664}$ 'ler içindeki en büyük olan  $b_i$ , bant genişliğini verir. Sekil-13.c'deki 362 nolu nokta için,

$$N_{\max}^i = 384, \quad N_{\min}^i = 340, \quad C=3 \text{ ise } (12) \text{'den } b_{362} = 91$$

Şekil-13.d'deki 423 nolu nokta için,

$$N_{\max}^i = 445, \quad N_{\min}^i = 400, \quad C=3 \text{ ise } (12) \text{'den } b_{423} = 93$$

elde edilir. Yapılan araştırmadan  $b_{423}$ 'ün en büyük olduğu görülmüştür. O halde bu ağ için bant genişliği  $b=93$ 'dur. Şekil-13.a'da verilen ağa ait 4 noktanın koordinatlarının bilindiği kabul edilirse, normal denklem takımındaki bilinmeyen sayısı  $n=2(664-4)=1320$  olur.

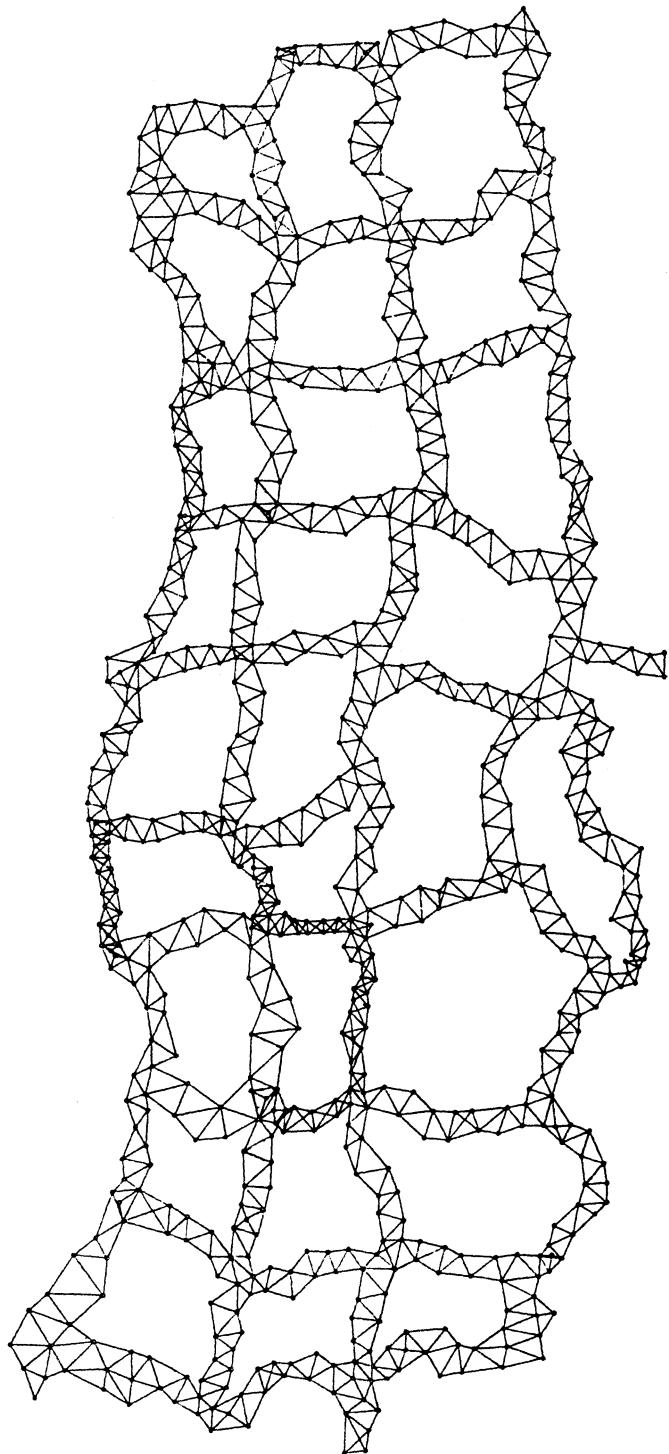
Zincir Halkalardan oluşan bu geometrik yapılı ağlarda elde edilen sonuçların geçerliliği Şekil-14'de verilen zincir halkalarından oluşan Türkiye Nirengi ağında araştırılmıştır. Zincir ağlarından oluşan geometrik ağlarda en küçük bant genişliğini, veren paralel numaralama yöntemi Türkiye Nirengi Ağrı'nda 818 noktaya uygulanmış, bant genişliği  $b=83$  olarak bulunmuştur (bütün noktaların koordinatları bilinmeyen olarak gözönüne alınmıştır). Normal denklem takımında bilinmeyen sayısı  $n=2 \times 818=1636$  olur.

#### **c. Ortak Noktaları Olan Jeodezik Ağlarının Birlikte Dengelenmesinde En Küçük Bant Genişliğinin Elde Edilebilmesi İçin Bir Numaralama Yöntemi**

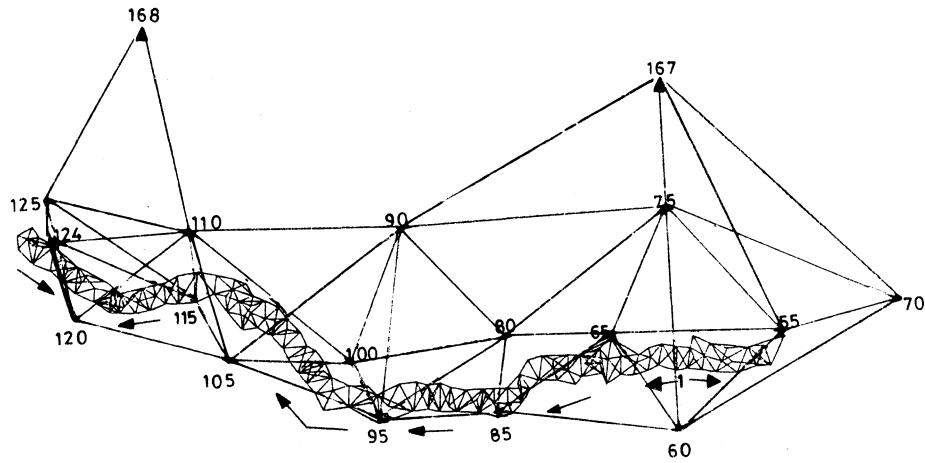
Araştırma Trakya Otoyolu Mahmutbey-Bahşayış kesimi bağlantı ve geçki ağında yapılmıştır (Şekil-15), /12/.

Geçki ağ; otoyol geçkisini içine alan ve bu geçki boyunca uzanan kenar uzunlukları 300-500 m. arasında değişen bir ağdır. (Şekil-15'de siyah olarak çizilmiş ağdır). Bağlantı ağının, geçki ağının içine alan, yaklaşık baş ve sonlarda birer tane olmak üzere en az iki ülke nirengi noktasıyla ve belirli aralıklarla geçki ağının ortak noktaları olan, kenar uzunluğu 3-10 km. arasında bulunan bir açı-kenar ağıdır. (Şekil-15'de mavi olarak çizilmiş ağdır). Bağlantı ağındaki 167 ve 168 numaralı noktalar koordinatları bilinen noktalardır. Bağlantı ağında 18 nokta, geçki ağında 156 nokta vardır. Bağlantı ve geçki ağındaki 6 nokta ortaktır. Ağdaki tüm nokta sayısı 168'dir.

Şekil-15'de, bağlantı ve geçki ağının birlikte dengelenmesinde bant genişliğinin olurunca küçük olması için bağlantı ağının noktalarının numaralandırılması ve bunun için izlenen yol görülmektedir. Bunun için önce bağlantı ağının noktaları, beşer, onar, onbeşer gibi farklılarla numaralandırılır. Bu farklılar; geçki ağının numaralandırılarak ortak noktalara varıldığında, ortak noktalardan bakılan geçki ağının nokta numaralarının birbirine yakın olacağı şekilde seçilir. Yeni bağlantı ağının noktaları, geçki ağının noktaları numaralandırılarak Şekil-15'deki 55, 65, 85, 95, 115, 124 numaralı ortak noktalara gelindiğinde, bu noktalar civarındaki geçki ağının noktalarına ait numaraların birbirine yakın olacağı şekilde numaralandırılır.



Şekil-14: Türkiye nirengi ağacı



Şekil-15: Trakya Otoyolu Mahmusbey-Bahşayıf kesimi  
bağlantı ve geçki ağı

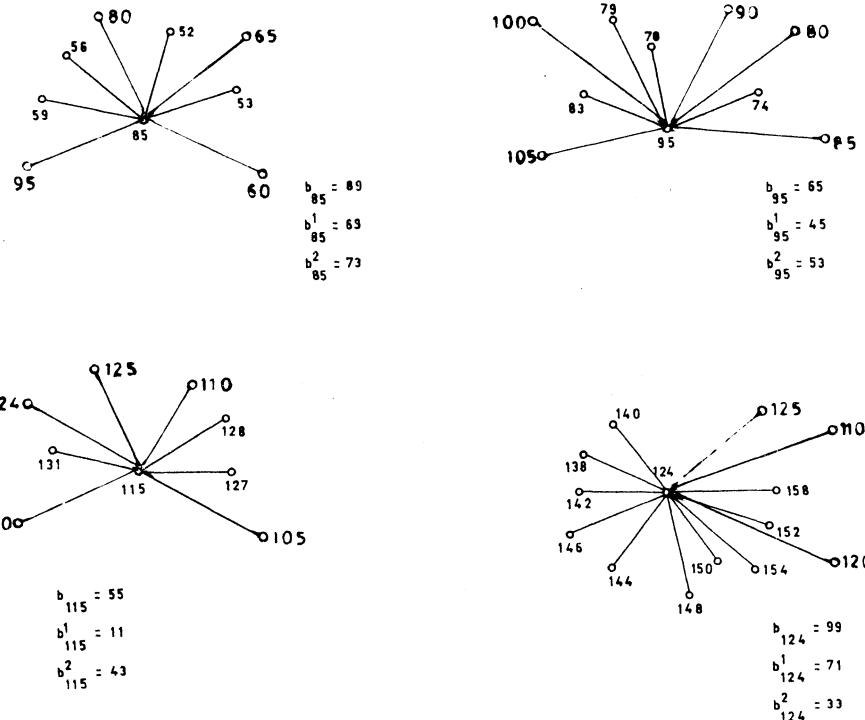
dirilir. Şekil-15'de bağlantı ağının nokta numaraları, Şekil-10'da 55 ve 65, Şekil-16'da da 85, 95, 115 ve 124 numaralı ortak noktalar civarındaki nokta numaraları görülmektedir. Şekil-15'de 1 numaralı noktası ve geçki ağında noktası numaralarının artma yönü gösterilmiştir. Şekil-15'deki bağlantı ağının noktalarında, Şekil-10'daki 55 ve 65 numaralı noktalarda, Şekil-16'daki 85, 95, 115 ve 124 numaralı noktalarda (13) formülasyonu uygulanırsa  $b_{ji} \leq 73$  olduğu görülmür. Şekil-15'deki bağlantı ve geçki ağına ait normal denklem matrisindeki sıfırdan farklı elemanlar 73 bant genişliği içine alınabilmistir.

## 7. SONUÇLAR

a. Çok noktalı konum ağlarının dengelenmesi sırasında ortaya çıkan jeodezik normal denklem katsayılar matrisinin içine alınabileceği bant genişliği (12) veya (14) formülasyonu ile bulunabilir /5/, /6/, /7/.

b. Ortak noktaları olan jeodezik ağların birlikte dengelenmesi sırasında ortaya çıkan normal denklem katsayılar matrisinin içine alınabileceği bant genişliği (13) formülasyonu ile bulunabilir /8/.

c. Bir jeodezik ağın noktalarını sonlu sayıda çok durumda numaralaması olanağı vardır. (12), (13) veya (14) formüllerinden herhangi bir duruma ait  $b_{ji}$  değerlerinin maksimumu bulunabilir. Araştırma konusu bu maksimum değerlerin içinde en küçüğünü yani, bu en küçük değere karşılık gelen



Şekil-16: Şekil-15'deki geçki ve bağlantı ağının ortak noktaları

numaralandırma düzenini bulmaktadır. En küçük bant genişliğinin elde edilebilmesi için ağ noktalarının numaralandırılması araştırmasında (12),(13),(14) denklemelerinin gözönüne alınması gerekli ve yeterlidir/6/, /7/, /8/. Yılkavı ve paralel numaralandırma iyi sonuç vermez /10/. G.Schmitt'in paralel ve yılkavı numaralandırma için verdiği bant genişliği formülleri (12),(13) ve (14) formüllerinden kolaylıkla bulunabilir (Bölüm-5), /5/.

G.Schmitt'in Şekil-3'deki geometrik yapılı ağa ait, paralel ve yılkavı numaralandırma için verdiği bu formüllerin genelleştirilmesi ve teorik sonuçlar olarak görülmesi sözkonusu değildir. Erişilebilecek minimum bant genişliği ağın şecline bağlıdır.

d. Bant genişliğinin (12),(13) veya (14) denkleminden bulunabilmesi için bir bilgisayar yazılımı kullanılabilir /9/.

e. Bölüm 3 ve 6'da verilen ağların dengelenmesi sırasında ortaya çıkan normal denklem katsayılar matrisinin, bölüm-2'de verilen modern bellek depolama yöntemlerinin kullanılması durumunda, bilgisayar belleğinde işgal edeceği yer sayısı aşağıdaki tablo-3'de topluca verilmiştir.

Tablo-3: Bilgisayar belleginde gerekli yer (parantez içindeki sayılar kullanılan formülü vermektedir)

		AĞ				
Depolama Yöntemi	Şekil-3'deki Geometrik Ağ (9), (10) p=q=40	Şekil-11'deki Anadolu Oto- yolu (12)	Şekil-13.a'daki Geometrik Yapılı Yüzey Ağrı (12)	Şekil-15'deki Trakya Otoyolu n=332 (13)	Şekil-14'deki Tür- kiye Nirengi Ağrı (12)	
	b=164 n=3200	b=31 n=414	b=93 n=1320	b=73 (13)	b=113 (12)	b=83 n=1636
	1	2	3	4	5	6
MKBD (1)	10 243 200	175 810	1 743 720	110 556	110 556	2 678 132
YMLD (2)	5 124 800	86 319	873 180	55 610	55 610	1 340 702
BMDD (3)	524 800	12 834	122 760	24 236	37 516	135 788
BMLD (4)	511 597	12 399	118 574	21 680	31 300	132 467
<u>MKBD-BMLD</u> <u>MKBD</u>	% 95	% 93	% 93	% 80	% 72	% 95

Tablo-3'ün son satırında bant matrisin lineer depolanması yönteminin kullanılışında, bu amaçla da bandın minimize edilmesi durumunda, matrisin kare biçiminde depolanmasına göre bilgisayar belleğinden elde edilebilecek yer kazanımı görülmektedir. Şekil-3'deki geometrik ağıın özeliği nedeni ile G.Schmitt'in verdiği formülden elde edilen bant genişliğinden daha küçük bir bant genişliğinin elde edilebilmesi olanağı yoktur. Diğer bütün ağlarda bant genişliğinin minimize edilebilmesi için, 3.maddede de belirtildiği gibi (12) (13) ve (14) formüllerinin gözüne alınması gereklidir.

e. Bant matris depolama yöntemi yerine, tek boyutlu olan bant vektör depolama yönteminin kullanılması, bilgisayar belleğinden kazanç sağlamaşı ve hızın artması açısından daha yararlıdır (Tablo-3), /5/.

f. Yöneltme bilinmeyenlerinin önceden elimine edilmemiş olması ve bant matrisin lineer depolanması yönteminin kullanılması durumunda, ağıın paralel numaralandırılması önerilir. Bu durumda bilgisayar belleğinden % 50 civarında yer kazanımı sağlanır (Tablo-1),/4/,/5/.

g. Yöneltme bilinmeyenlerinin önceden elimine edilmesi ve edilmemesi durumları için bant matrisin lineer depolanması yönteminin kullanılmasında, bilgisayar belleğinden elde edilebilecek yer kazancı Tablo-2'de verilmiştir. Tablo-2'den yöneltme bilinmeyenlerinin önceden elimine edilmesi durumunda bilgisayar belleğinden yüzde (23-12) arasında bir yer kazanımı olduğu görülmektedir (Tablo-2),/4/,/5/.

h. Bağlantıları bulunan geçki ağlarında en küçük bant genişliğinin bulunabilmesi için bölüm 6.a'da genel bir yol verilmiştir /6/.

i. Yöntemin geometrik yapılı olmayan Türkiye Nirengi Ağı'na uygulanması aşağıdaki noktalara dikkat edilmesi gerektiğini ortaya çıkarmıştır/7/.

(1) Zincir halkalarını oluşturan ve bir düğüm noktasına doğru giden dallardan, düğüm noktasına aynı anda varılmalıdır. Örneğin Şekil-13.a'da 10 ve 11'le gösterilen dallardan okla gösterilen yönde K düğüm noktasına aynı anda ulaşılmalıdır. Türkiye nirengi ağı gibi geometrik yapılı olmayan zincir halkalarından oluşan ağlarda, dallardaki jeodezik nokta sayısı birbirinden farklı olduğundan, bu durumun sağlanabilmesi için çok nokta bulunan dallarda numaralandırma hızı artırılmalıdır.

(2) Noktaların numaralandırılmasından sonra (12) temel formülasyonu gözüne alınarak bir rötuşlama yapılabilir.

(3) Zincir halkalarından oluşan bir ağıın, dallardan düğüm noktasına doğru aynı anda varacak şekilde, bu yöntemle numaralandırılması için gereken süre 1 birim olarak tanımlanırsa, (12) temel formülasyonu gözüne alınarak bant genişliğinin optimum ölçüde küçültülmesi için

gerekен süre yaklaşık (1-1.5) birim, bant genişliğinin olurunca minimum yapılabilmesi için gereken süre yaklaşık (5-10) birim olarak verilebilir. Türkiye Nirengi Ağrı'nın bu yöntemle numaralandırılması yaklaşık 2 saat sürmüştür. Bant genişliği 115 civarında bulunmaktadır. Minimum bant genişliği 93 ise yaklaşık 20 saat civarında bir çalışma sonucu elde edilebilmistir. Bant genişliğinin 115'den 93'e indirilmesinin bedeli yaklaşık 18 saatlik bir çabasıdır. Bilgisayarın bellek kapasitesi ancak bu 93 bant genişliğine yetiyorsa bu çabayı göstermek zorunludur.

j. Bölüm 6.c'de ortak noktaları olan jeodezik ağların birlikte dengelenmesi sırasında ortaya çıkan normal denklemin sıfırdan farklı katsayılarının içine alınabileceği bant genişliğinin olurunca küçük olması için ağ noktalarının numaralandırmasında uygulanabilecek kolay ve az zaman alan bir yöntem önerilmiştir.

k. Ortak noktaları olan birden fazla jeodezik ağın ortak noktalarında farklı zamanlarda yapılan doğrultu okumalarının birleştirilmesi amacı ile ortak bir doğrultunun alınması çabasına girmeye ve bu noktalarda yapılan doğrultu okumalarının birleştirilmesine hiç gerek yoktur. Doğrultuların birleştirilmesi hem dengeleme kurallarına aykırıdır hem de bant genişliğini artırır. Doğrultuların birleştirilmesi durumunda (12) formülasyonu uygulanmalıdır. Bu durumda Şekil-10.b'den görüldüğü gibi bant genişliği 113'e çıkar. Doğrultular birleştirilmemiği için (13) formülasyonu geçerlidir. Bu durumda bant genişliği 73 olarak elde edilir. (12) formülü yerine (13) formülü kullanılırsa, Tablo-3'ün 4. ve 5. kolonundan,

Bant matrisin dikdörtgen depolanması yöntemi için % 35.4

Bant matrisin lineer depolanması yöntemi için % 30.7

civarında bilgisayar belleğinden tasarruf sağlanır.

1. Şekil-15'de gösterilen geçki ve bağlantı ağının Bölüm-6.3'de verilen yönteme göre numaralandırılması sonucu elde edilen 73 bant genişliğinin minimum bant genişliği olduğu iddia edilemez. Böyle bir yöntemle sıfırdan farklı katsayıların olurunca küçük bir bant içine alınması optimal bir emekle yapılmış olur. Bu nedenle yöntem en uygun bant genişliğinin bulunması olarak görülebilir. Bu yöntemle bulunan bant genişliğinin minimuma düşürülme çabası çok zaman aldığı için, özel bir neden yoksa önerilmez.

## K A Y N A K L A R

- /1/ Bjerhammar,A. : Matrislerle Dengeleme.İ.T.Ü.Kütüphanesi,sayı: 976, 1974.
- /2/ İpbük̄er,C.,Öztan,O., Baykal,O. : Anadolu Otoyolu Nirengi Ağrı Dengelemesi (Yayınlanmamış çalışma).
- /3/ İ.T.Ü.İnşaat Fakül- : Trakya Otoyolu, Mahmubey-Kinalı Kesimi tesi Jeodezi ve Fotogrametri Müh.Böl.
- /4/ Öztan,O. : Bir Otoyol Geçkisine Ait Triyangülasyon Ağında Presizyon Arastırması ve Bazı Öneriler. Doçentlik Tezi 1981.
- /5/ Öztan,O.,Kızılsu,Z., Özerman,U. : An Application on the Linear Storage of Band Matrix. AVN 7/1991 s.233-237.
- /6/ Öztan,O.,Kızılsu,Z., Özerman,U. : Finding The Minimum Band Width in Surface Networks Constructed by Chain Loops.AVN-International Edition 1992,s.32-36.
- /7/ Öztan,O.,Kalkan,Y., Kızılsu,Z. Özerman,U. : Band Width in the Joint Adjustment of Geodetic Networks having Common Points (ASCE)Journal of Surveying Engineering.Vol.120,No.1,S.3-10,1994.
- /8/ Öztan,O.,Baykal,O. : Çeçkilerin Projelendirilmesinde Bazı Problemler. İnşaat Mühendisliğinde Bilgisayar Kullanımı I. Sempozyumu, s. 172-182, İstanbul, 1988.
- /9/ Öztan, O. : Jeodezik Normal Denklemlerde Bant Genişliği Üzerine Bir Eleştiri. İ.T.Ü.Cilt 41,sayı 1-2, s.30-32, 1983.
- /10/ Schmitt, G. : Speichertechnische und Numerische Probleme Bei Der Auflösung Grosser Geodatischer Normalgleichungs-Systeme.Deutsche Geodatische Kommission Reihe C: Dissertationen. Heft Nr.195, München, 1973.
- /11/ Stephen,H., Crandall,Ph.D. : Mühendislik Analizi. Sayısal Hesap Metodlarına Genel Bakış. İ.T.Ü.Kütüphanesi, Elektronik Hesap Merkezi Yayınları, sayı 9, Berksoy Matbaası, İstanbul 1968, Çevirenler;Dr.Şenol UTKU, Doç.Dr.Ender Yazar ÖZDEN.
- /12/ Zurmühl,R. : Matrisler ve Mühendislik Problemlerine Uygulamaları. Çeviri;İ.BİRKAN,İ.T.Ü.Temel Bilimler Fakültesi, sayı 1124.