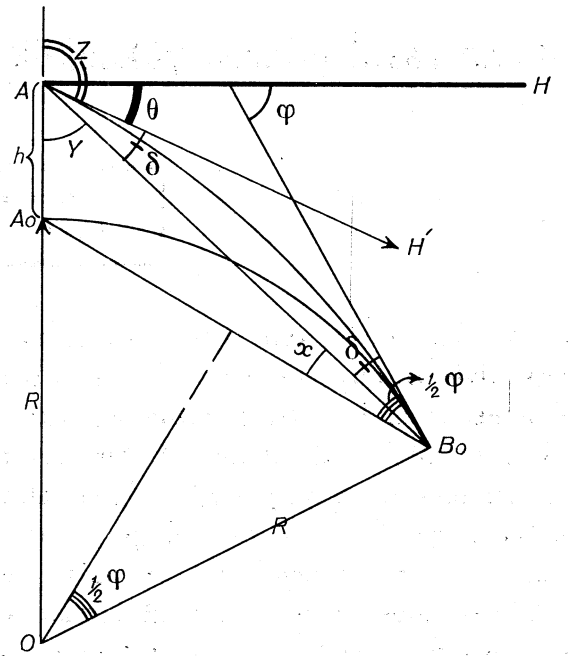
Deniz ufkuna rasat ederek yükseklik tayini

Yazan:
Yüks. Müh.
Tevfik Ateş

Gerek muhtelif ilmî ve iktisadî işler için olsun ve gerekse harta alımı maksadiyle olsun arazi üzerinde bir çok noktaların rakımlarının bilinmesi lâzimdır. Deniz yüzünden olan bu yüksekliklerî bulmak için memleket dahilinde sık bir surette döşenmiş hassas nivelman şebekesine ihtiyaç vardır. Aksi takdirde birçok memleketlerde, bu meyanda bizde de olduğu gibi, memleketin bir çok bölgelerinde ve hatta nivelmanı sık olan memleketlerin halî ve arızalı bölgelerinde, nivelman noktalarının seyrek oluşu ve hatta ender oluşu dolayisiyle, uzun mesafelere rakımlar daha az hassas bir usul olan trigonometrik nivelmanla nakil olunurlar. Bu sebeple trigonometrik nivelmanla rakım intikalinde şakulî açı ölçüsü yapılması dolayısiyle nivelman noktasından uzaklaştıkca rasad ve inkisar hataları, gittikçe birbirine inzimam ettiğinden her noktada evvelkine nazaran biraz daha artarak çok büyük miktarlara yükselebilir. Bu hallerde eğer görüş sahası dahilinde bir açık deniz mevcutsa, deniz ufkuna rasad yaparak, trigonometrik nivelmanla naklolunan rakımları kontrol etmek ve düzelterek sıhhatini arttırmak mümkün olur.

Bu usulde, gerek şakulî açı ölçülerinin tek taraflı oluşundan ve gerekse (m) inkisar emsalinin takribi oluşundan dolayı hesapların ve dolayısiyle neticede elde edilen rakımların, nivelman istasyonlarına sık sık raptedilerek elde edilen rakımlar kadar sıhhatli olmayacağı tabiidir. Fakat nede olsa, deniz ufkuna yapılan rasadlar sayesinde hata intikalini önlemek mümkün olur. Şekilde görüldüğü gibi her hangi bir A noktasından B_o deniz ufkuna



A, üzerinde rasat yapılan nokta

A_0, A noktasının deniz yüzeyindeki izdüşümü

B_0, A dan deniz yüzüne çizilen tegetin, temas noktası

AH, A noktasında çekül istikametine dik hat (ufkî hat)

AH', B_0 noktasının A dan görünüş istikameti (rasat istikameti)

AB_0, görüs şuaının takip ettiği yol (rasat hattı)

h, A noktasının deniz yüzünden olan yüksekliği

R, A noktasındaki yarı çap (arzın yuvarlaklık yarı çapı)

φ, $A_0 B_0$ kavsine tekabül eden merkezî açı

δ, inkisar açısı olup φ açısiyle m inkisar emsalinin çarpımına eşittir.

Z, A noktasında B_0 noktasının zenit açısı

θ, depresyon açısı (düşey açı), rasat istikametinin ufuk hattiyle teşkil ettiği açı ($\theta = Z - 100$)

yapılan şakulî açı rasadı yardımiyle A noktasının (h) rakımını hesaplarken, denklemlerin basitleştirilebilmelerini sağlamak için zenit açısı yerine 100 grad noksanı olan (θ) depresiyon açısı (düşey açısı) nazarı itibara alınmıştır. Bu sebeple hesaba girmeden evvel,

$\theta = Z - 100$ ile θ açısını hesaplamak lâzımdır. Gene şekilden görüleceği gibi,

$\frac{h}{\sin x} = \frac{A_o B_o}{\sin y}$ buradan $h = (A_o B_o) \frac{\sin x}{\sin y}$ (1) elde edilir. Burada

$\frac{A_o B_o}{2} = R \cdot \sin \frac{\varphi}{2}$, $A_o B_o = 2 R. \sin \frac{\varphi}{2}$ ve $y = \frac{\pi}{2} - (\theta + \delta)$

$x = \frac{\varphi}{2} - \delta$ dir. δ inkisar açısı, φ merkez açısı ile inkisar emsali m. in çarpımına eşit, yani $\delta = m.\varphi$ olduğundan:

$x = (1 - 2 m.) \frac{\varphi}{2}$ ve $y = \frac{\pi}{2} - (m.\varphi + \theta)$ dir.

Bu kıymetler yukardaki 1 No. lu denklemde yerlerine konursa:

$h = 2 R. \sin \frac{\varphi}{2} \cdot \frac{\sin (1 - 2m) \varphi/2}{\cos (m\varphi + \theta)}$ (1) elde edilir. Burada:

$\varphi = \theta + 2 \delta = \theta + 2m \varphi$ olduğundan $\theta = \varphi - 2 \delta = \varphi - 2m \varphi$ ve $\varphi = \theta / (1 - 2m)$ dir. Bu kıymet yukardaki denklemde yerine konursa:

$h = 2R \sin \left(\frac{\theta}{2(1-2m)}\right) \cdot \sin \frac{(1-2m) \cdot \theta}{2(1-2m)} : \cos \left(\frac{m \cdot \theta}{1-2m} + \theta\right)$ elde edilir ki buda islâh edilirse:

$$h = 2R. \frac{\sin \left[\frac{\theta}{2}\right] \cdot \sin \left[\frac{\theta}{2(1-2m)}\right]}{\cos \left[\left(\frac{1-m}{1-2m}\right) \theta\right]} \quad (2) \quad [*]$$

denklemi elde edilir. Bu denklemle elde edilecek rakımın sıhhatı her şeyden evvel $\delta = m.\varphi$'nin ne derece tahakkuk ettiğine ya-

[*] Aynı denklem Amerikan harta dairesinin (U. S. C. and G. S.) çıkardığı «Manual of Second and third Order Triangulation» adlı neşriyatında da mevcuttur.

ni m inkisar emsalinin hakikate ne derece yakın olarak bilindiğine veya tayin edilebildiğine bağlıdır.

Bu sebeple sıhhatı artırmak için mümkünse rasad noktası civarında diğer noktalar arasında yapılacak olan karşılıklı zenit mesafe ölçülerinden tayin edilebilecek m le denklem (2) deki hesaba girmek daha doğru olur.

Yukardaki denklemdeki $\sin \frac{\theta}{2}$, $\sin \left[\frac{\theta}{2(1-2m)}\right]$ ve $\frac{1}{\cos\left[\frac{1-m}{1-2m} \cdot \theta\right]}$ ifadeleri aşağıdaki şekilde açılarak islâh edilirse daha kullanışlı bir denklem elde edilir.

$$\sin\left[\frac{\theta}{2}\right] = \frac{\theta}{2} - \frac{\theta^3}{48}, \quad \sin\left[\frac{\theta}{2(1-2m)}\right] = \frac{\theta}{2(1-2m)} - \frac{\theta^3}{48(1-2m)}$$

ve $\frac{1}{\cos\left[\frac{1-m}{1-2m} \cdot \theta\right]} = 1 + \frac{(1-m)^2}{2(1-2m)^2} \cdot \theta^2$ olduğundan

$$h = 2R\left[\frac{\theta}{2} - \frac{\theta^3}{48}\right]\left[\frac{\theta}{2(1-2m)} - \frac{\theta^3}{48(1-2m)}\right]\left[1 + \frac{(1-m)^2}{2(1-2m)^2} \cdot \theta^2\right]$$ olur.

parentez'ler açılır ve θ^4 den yüksek dereceyi ihtiva eden hadler küçük olmaları dolayısiyle terkedilirse,

$$\boxed{h = \frac{1}{2} R \frac{\theta^2}{1-2m} + \frac{1}{24} \cdot R \cdot \frac{4m^2 - 10m + 5}{(1-2m)^3} \cdot \theta^4 \qquad (3)}$$

burada θ radyan cinsindendir; eğer saniye cinsinden gösterilirse,

$$h = \frac{1}{2} R \sin^2 1^{cc} \cdot \frac{\theta^2}{1-2m} + \frac{1}{24} \cdot R \cdot \sin^2 1^{cc} \cdot \frac{4m^2 - 10m + 5}{(1-2m)^3} \cdot \theta^4 \qquad (3a)$$

eğer kısaltmak için $\frac{1}{2} R \cdot \sin^2 1^{cc} \cdot \frac{\theta^2}{1-2m} = (h)$ ile gösterilirse,

$$\boxed{h = (h) + \frac{4m^2 - 10m + 5}{6(1-2m)} \cdot \frac{(h)^2}{R} \qquad (3b)}$$ olur.

m' takribi ve küçük olduğundan (0 07 ile 0.04 arasında alınacak kıymetlere göre), 3a ve 3b ifadeleri aşağıdaki daha basit şekillere konabilir,

$$h = (h) + \frac{5}{6} \cdot \frac{(h)^2}{R} \text{ veya } h = \frac{1}{2} R \sin^2 1^{cc} \frac{\theta^2}{1-2m} + \frac{5}{24} R . \sin^4 1^{cc} \frac{\theta^4}{(1-2m)^2} \quad (3c)$$

$$h = ('h) + \frac{1}{2} \frac{('h)^2}{R} \text{ veya } h = \frac{1}{2} R \sin^2 1^{cc} \frac{\theta^2}{(1-m)^2} + \frac{1}{8} R \sin^4 1^{cc} \frac{\theta^4}{(1-m)^4} \quad (3d)[**]$$

$$h = ('h) + \frac{2}{3(1-2m)} \cdot \frac{('h)^2}{R} = \frac{1}{2} R \sin^2 1^{cc} \frac{\theta^2}{(1-2m)} + \frac{1}{6} R \sin^4 1^{cc} \frac{\theta^4}{(1-2m)^3} \quad (3e)$$

Yukardaki denklemlerin tamamı kısa mesafeler için iyi netice sağlayabildikleri gibi yalnızca ilk hadleri dahi kısa mesafelerde oldukça iyi neticeler verir.

Bu takdirde $\boxed{(h) = \frac{1}{2} R \sin^2 1^{cc} \frac{\theta^2}{1-2m} \quad (3f)}$ denklemi kullanılabilir

Daha uzun mesafeler için; 3c, 3d, 3e kullanıldığı gibi bunlara nazaran biraz daha sıhhatlı olarak,

$h = (h) + \frac{5}{6} \cdot \frac{(h)^2}{R} . 1{,}01$ (3c') denklemi de kullanılabilir.

netice olarak;

uzun mesafeler için,

$$\boxed{h = 2 R . \frac{\sin\left[\frac{\theta}{2}\right] . \sin\left[\frac{\theta}{2(1-2m)}\right]}{\cos\left[\left(\frac{1-m}{1-2m}\right) . \theta\right]} \quad \text{I}}$$

veya

$$\boxed{h = (h) + \frac{5 - 10m + 4m^2}{6(1-2m)} \frac{(h)^2}{R} \quad \text{II}}$$ denklemleri kullanılır.

kısa mesafeler için,

$$\boxed{h = (h) = \frac{1}{2} R \sin^2 1^{cc} \frac{\theta^2}{1-2m} \quad \text{III}}$$

denklemi kullanılır.

[**] Amerikan harta dairesinin (U. S., C and G. S.). «Manual of second and Third order Triangulation» ve «Manual of first Order Triangulation» adlı neşriyatında verilmiştir.

Misal:

Takriben $40^g30'$ arz derecesine tesadüf eden Kavak D. ve Karadeğil birinci derece nirengi noktalarında deniz ufkuna rasat edilerek aşağıdaki zenit açıları bulunmuştur. Bu iki tepenin deniz sathından olan yükseklikleri ne kadardır.

$\varphi = 40^g30'$ arzı için $\log R = \log \sqrt{MN} = 6.804269$ ve Türkiye için vasati inkisar emsali $m = 0.08$ kabul edildiğine göre: I No.lu denklem yardımıyle,

	Kavak D.	Karadeğil
z	$101^g3828.33$	$101^g0510.33$
$\theta = z - 100$	1.3828.33	1.0510.33
$\log 2$	0.301030	0.301030
$\log R$	6.804269	6.804269
$\log \sin \theta/2$	8.035851	7.916701
$\log \sin \frac{\theta}{2(1-2m)}$	8 111568	7.992420
$\log \cos \frac{(1-m)\theta}{1-2m}$	0.000123	0.000071
$\log h$	3.252841	3.014491
h	1789.95	1033.93

I. No. lu kat'i denklemle elde edilen bu kıymetlerle diğer denklemlerden elde edilen kıymetlerin mukayeseleri aşağıdaki çizelgede gösterilmiştir.

Denklem	Kavak D.	Karadeğil	Denklemi	Kavak D.	Karadeğil
I	1789.95	1033.93	3d	1776.25	1026.06
II	1789.95	1033.93	3e	1789.93	1033.92
III	1789.53	1033.79	3f	1789.53	1033.79
3c	1789.95	1033.93	3c'	1789.95	1033.93

Bu misalde, neticelerin aynı oluşu, basitleştirmek için (m) inkisar emsaline verilen değerin hesapta kullanılan $m = 0,08$ kıymetine yakın oluşundandır. Muhtelif bölgelerde m, 0,075 ile 0,135 arasında değişmesinin mümkün olduğuua göre bu basitleştirilmiş denklemler her zaman kat'i değerleri vermezler. Bu sebeple memleketimizde düşey açının büyük kıymetleri için I ve II küçük değerleri için I ve II den maada daha basit olan III nolu denklemin kullanılması uygundur.