

Jeodezik Dik ve Coğrafi Koordinat Dönüşüm Yöntemlerinin Karşılaştırılması* (Comparison of Different Algorithms between Geocentric and Geodetic Coordinates)

Faruk YILDIRIM¹, Ahmet KAYA¹, Yasin KAPLAN²,

¹ Karadeniz Teknik Üniversitesi, Harita Mühendisliği Bölümü, Trabzon

² Ahi Evren Üniversitesi, Kaman MYO, Harita ve Kadastro Programı, Kırşehir
yfaruk@ktu.edu.tr

ÖZET

Günümüzde GPS ölçüleri, hassasiyet gerektiren mühendislik ölçmelerinde ve yersel jeodezik referans ağlarına altlık teşkil eden WGS84, ITRS ve ETRS koordinat sistemlerinin oluşturulmasında yoğun olarak kullanılmaktadır. Jeodezik dik koordinatların (x,y,z) elipsoidal coğrafi koordinatlara (B,L,h) dönüştürülmesiyle ya da bunun tersi işlemle sıkça karşılaşılır. Jeodezik referans noktalarının hassas belirlenmesi ve nokta sayısının fazla olduğu projelerde dönüşüm algoritmasının işlem hızı, yazılımda tercih sebebidir. Bu nedenle birçok yöntem geliştirilmiştir. (B,L,h) dan (x,y,z) hesabı ortak tek bir çözüm olup, ters dönüşüm hesabı için oldukça farklı yöntemler mevcuttur. Bu çalışmada; (x,y,z) koordinatları verilmişken (B,L,h) hesabı için geliştirilen farklı 27 yöntemin çözüm algoritması incelenmiştir. $0^\circ \leq B \leq 90^\circ$ ve $-1000\text{km} \leq h \leq 1000000\text{km}$ arasında öngörülen enlem ve yükseklik değerlerine göre yöntemlerin doğrulukları araştırılmıştır. Ayrıca, yöntemler işlem zamanları ve algoritma kolaylıkları açısından irdelenmiştir. Uygulama sonucunda, dört karşılaştırma ölçütüne göre en hassas sonuçları veren yöntemler ortaya konmuştur.

Anahtar Kelimeler: Jeodezik dik koordinatlar, Elipsoid coğrafi koordinatlar, GPS, WGS84, ITRS, ETRS

ABSTRACT

Nowadays, GPS measurements are used densely in engineering surveys, which require high accuracy, and in construction of WGS84, ITRS and ETRS coordinate systems which are basis for ground geodetic reference networks. Calculation of ellipsoidal geographic coordinates (B,L,h) from geocentric Cartesian coordinates (x,y,z) or vice versa is one of the frequently used geodetic calculations. Geodetic reference points should be determined accurately, and the operation speed of the conversion algorithms is a preferred reason for the projects having lots of geodetic points in use. For these reasons, many methods have been developed. While the calculation of (x,y,z) from (B,L,h) is common, there are different solution algorithms for twenty seven different methods which were developed for the calculation of (B,L,h) . For latitude values B between 0° and 90° and ellipsoidal elevation values h between -1000 km and 1000000 km , the accuracy of the methods is examined. Also, the methods are examined for their processing times and for how easy their algorithms are. Lastly, the methods that give the best results according to the four comparison criteria are listed.

Key Words: Geocentric Cartesian Coordinates, Ellipsoid Geographic Coordinates, GPS, WGS84, ITRS, ETRS.

1. GİRİŞ

Uydu teknolojilerinin gelişmesi ve günlük kullanıma geçmesiyle jeodezik çalışmalarda da bu teknolojiler kullanılmaya başlanmıştır. Klasik yöntemlerle oldukça zahmetli olan ülke jeodezik ağların ölçülmesi ve sıklaştırılması işlerinde GPS kullanılmaktadır. Ayrıca GPS; detay ölçmelerine, aplikasyon uygulamalarına, deformasyon ölçülerine, hidrografi ve daha birçok ölçme alanında, CBS için veri toplamaya kolaylıklar sağlayan ve çalışmalara hız ve ekonomi getiren bir yöntem olarak jeodezi ve fotogrametri mühendisliğinin uygulama alanına girmiştir.

GPS'in doğru kullanımı için ülke sistemiyle arasındaki ilişkilerin tanımlanması gerekir. Her iki sistemin jeodezik alt yapısı farklıdır. GPS ile elde edilen koordinat bilgisinin ülke sisteminde kullanılabilmesi için, jeodezik dik (x,y,z) ve elipsoidal coğrafi (B,L,h) koordinat sistemleri arasında dönüşüm yapılması gerekli olmaktadır.

2. ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ

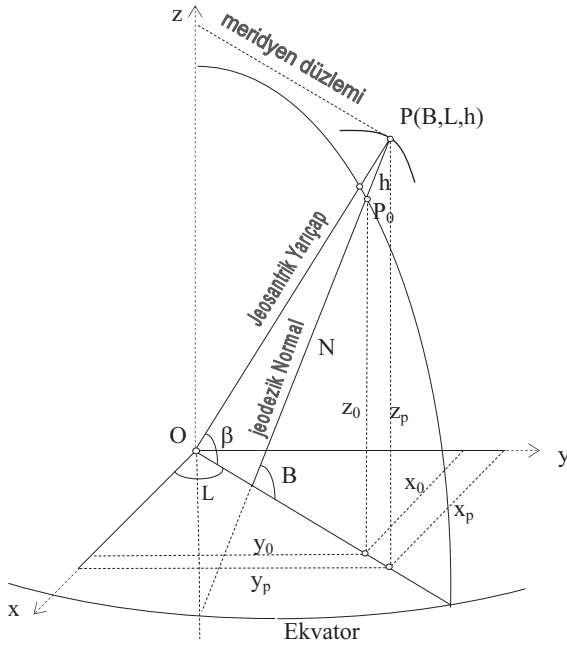
Jeodezik dik koordinatlardan elipsoidal coğrafi koordinatlara dönüşümde L boylamı, (x,y,z) koordinatlarından doğrudan çözülebilmesine karşın, B enlemi ve h yüksekliği (x,y,z) koordinatlarından doğrudan çözülemediği için çok sayıda algoritma geliştirilmiştir. Dolayısıyla; daha çok enlemin bulunması için geliştirilen algoritmalar irdelenmiştir. Bu çözümler

- İteratif çözümler
- Doğrudan çözümler olarak iki ana grupta toplanabilir.

İteratif çözümler; nispeten açık ve kolay bir algoritma ile beklenen sonuca adım adım yaklaşan çözümlerdir. Genel olarak iteratif çözümlerde Newton-Raphson yöntemi kullanılmıştır. İterasyon sürecinin ne zaman

durdurulacağı istenilen hassasiyete bağlıdır (Hekimoğlu, 1993 ve 1995).

Doğrudan çözümler ise çoğunlukla üçüncü ya da dördüncü derece denklem çözümlerine dayanmaktadır. Doğrudan çözümler kuramsal olarak doğru olmalarına karşın, sayısal bakımdan bazı durumlarda kararsızdırlar. Özellikle enlemin 0° veya 90° 'ye yakın olduğu bölgelerde doğru sonuç vermezler (Burtch, 2006).



Şekil.1. Jeodezik dik ve Elipsoidal Koordinatlar

(B,L,h) koordinatlarından (x,y,z) koordinatlarının hesabı için aşağıdaki kapalı formüller kullanılır.

$$x = (N + h) \cos B \cos L \quad (1)$$

$$y = (N + h) \cos B \sin L \quad (2)$$

$$z = (N(1 - e^2) + h) \sin B \quad (3)$$

Uzayda herhangi bir noktadan geçen elipsoid normalinin referans elipsoidini kestiği noktanın koordinatları (x_0, y_0, z_0) elipsoidal yükseklik $h=0$ için (1), (2) ve (3)'ten

$$x_0 = N \cos B \cos L \quad (4)$$

$$y_0 = N \cos B \sin L \quad (5)$$

$$z_0 = N(1 - e^2) \sin B \quad (6)$$

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}} \quad (7)$$

çıkar.

Ters dönüşüm işlemi için farklı çözüm yöntemleri geliştirilmiştir. L hesabı için iki kapalı formül kullanılır:

$$L = \arctan \frac{y}{x} \quad (8)$$

$$L = 2 \arctan \frac{y}{x + \sqrt{x^2 + y^2}} \quad (9)$$

İki bağıntı da aynı sonucu vermekte, ancak (8) eşitliği $x=0$ özel durumu için belirsiz olmaktadır. Programlama için (9) bağıntısı bu nedenle daha uygundur.

B ve h hesabı için ilk iteratif çözüm, Hirvonen ve Moritz (Hirvonen ve Moritz, 1963) ile Heiskanen ve Moritz (Heiskanen ve Moritz, 1967) tarafından verilmiştir. Bu yöntemde B ve h değerleri

$$B_{(0)} = a \tan \left(\frac{z}{(1 - e^2)p} \right) \quad (10)$$

$$N_{(i)} = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B_{(i)}}} \quad (11)$$

$$h_{(i)} = \frac{p}{\cos B_{(i)}} - N_{(i)} \quad (12)$$

$$B_{(i+1)} = a \tan \left[\frac{z}{p} \left(1 - \frac{e^2 N_{(i)}}{N_{(i)} + h_{(i)}} \right)^{-1} \right] \quad (13)$$

$$p = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (14)$$

iteratif işlem adımlarıyla elde edilir (Hekimoğlu, 1993). İki değer arasındaki farkın uzunluklardaki mm hassasiyetine denk olarak; mutlak değerce 0.0001" 'den küçük olması beklenir. Programcılık açısından bu fark 3.10^{-9} derece ve 5.10^{-11} radyandır.

1963 'ten günümüze kadar (13)'deki iteratif işlem adımıyla hesaplanan enlem ve yüksekliğin bulunması için birçok algoritma geliştirilmiştir. Bu yöntemlerden inceleme konusu olanlar tablo-1'de verilmiştir. Gelişen teknoloji, yöntemlerden beklenen hassasiyetin artmasına neden olmuştur. Yöntemlerin; enlemde $B=0^\circ$, $B=90^\circ$; yüksekliğin $h=-1000\text{km}$ ile $h=1000000\text{km}$ olduğu aralık ve hesaplama süresinin kısalığı da ayırt edici bir kriter olmuştur.

Yükseklik için seçilen test değerleri jeodezik çalışmalar için; dünyanın en derin yeri olan büyük okyanustaki Mariana çukuru (11034 m), atmosferin en dış katmanı olan Ekzosferin yeryüzüne uzaklığı 800 km (bu dünya ile uzayın sınırı olarak kabul edilmekte olup, yapay uydular bu katmanda bulunur) ve ayın dünyaya en uzak olduğu zamanki mesafesi 404340 km dikkate alındığında; fazlasıyla yeterli olmaktadır. Fakat günümüzde yörünge dışı jeodezik çalışmalar (astro-geodesy) düşünüldüğünde, yükseklik için seçilen sınır değerlerinin büyüklüğü anlamlı olacaktır (Lin, K.,C. ve Wang, J., 1995; Sjöberg, L., E., 2008).

Tablo 1.Yöntemlerin Sınıflandırılması

YÖNTEM ADI	ÇÖZÜM YÖNTEMİ
HEISKANEN ve MORITZ (Heiskanen and Moritz, 1967)	İTERATİF
PAUL (Paul, 1973)	KAPALI
BARTELME ve MEISS (Burtch, 2006)	İTERATİF
BOWRING 1 (Bowring, 1976)	İTERATİF
HEIKKINEN (Zhu, 1994)	KAPALI
BOWRING 2 (Bowring, 1976)	KAPALI
OZONE (Fok ve Iz, 2003)	KAPALI
VANIÇEK ve KRAKIWSKY (Vanicek ve Krakiwsky, 1982)	KAPALI
BORKOWSKI 1(Borkowski, 1989)	İTERATİF
BORKOWSKI 2(Borkowski, 1987)	KAPALI
HEKİMOĞLU (Hekimoğlu, 1993)	İTERATİF
ZHU (Zhu, 1994)	KAPALI
LIN ve WANG (Lin ve Wang,1995)	İTERATİF
FOTIOU (Fotiou, 1998)	KAPALI
GARGIULO ve VASSALLO (Gargiulo ve Vassallo, 1998)	KAPALI
BY REY-JER YOU (By Rey-Jer You, 2000)	KAPALI
JONES (Jones, 2002)	İTERATİF
POLLARD (Pollard, 2002)	İTERATİF
SEEMKOEI (Seemkoei, 2002)	İTERATİF
WU-WANG-HU (Wu vd., 2003)	İTERATİF
VERMEILLE (Vermeille, 2004)	KAPALI
ZHANG (Zhang vd., 2005)	KAPALI
FUKUSHIMA (Fukushima, 2006)	İTERATİF
CLYNCH (URL-1, 2009)	İTERATİF
FELTENS (Feltens, 2008)	İTERATİF
SJOBORG (Sjöberg, 2008)	KAPALI

3. İRDELEMELER

Yöntemlerin irdelenmesi için bu çalışmada takip edilen işlem sırası ve sayısal değerler aşağıda verilmiştir.

- $L=39^\circ$ ve $h = -1000$ km sabit,
- $L=39^\circ$ ve $h = 0$ km sabit,
- $L=39^\circ$ ve $h = 1000000$ km sabit,
- $L=39^\circ$ ve $B=90^\circ$ sabit,
- $L=39^\circ$ ve $B=45^\circ$ sabit,

- $L=39^\circ$ ve $B=0^\circ$ sabit,

B ise 5° aralıklarla ve $0^\circ \leq B \leq 90^\circ$ enlemleri arasında değişken, h elipsoid yüksekliği ise $-1000 \text{ km} \leq h \leq 1000000 \text{ km}$ aralığında 10 kat arttırılarak değişken alınıp, hesaplanan (x,y,z) koordinatlarından ters dönüşümle her bir yöntemle ayrı ayrı B ve h değerleri hesaplanarak bu değerlerdeki değişimler karşılaştırılmıştır.

Sayısal uygulamalarda Microsoft Excel 2003 programı ve makroları kullanılmıştır. Sayısal değerler Uluslar arası (Hayford) elipsoid değerleri ile Intel(R) core(TM)2 CPU T7200 2.00 Ghz bir bilgisayarda hesaplanmıştır.

Tablo 2'de; seçilen (B,h) değerleri, kesin değer (KD) alınarak buradan (x,y,z) hesabı ve yöntemlerin her biriyle ters dönüşümden tekrar hesaplanan (B, h) değerleri arasındaki farklar,

$$\Delta B = B_{KD} - B_{yöntem}, \Delta h = h_{KD} - h_{yöntem}$$

belirlenmiştir. Yöntemlerdeki hassasiyetlerin irdelenmesi için, bu farklar enlemin derece saniye biriminde ($1E+10$) ve yüksekliğin mm biriminde ($1E+05$) değerleriyle çarpılmıştır.

ΔB farkları; ($1E+10$) biriminde ve ($0^\circ \leq B \leq 90^\circ$; $h=-1000 \text{ km}$), ($0^\circ \leq B \leq 90^\circ$; $h=0 \text{ km}$) ve ($0^\circ \leq B \leq 90^\circ$; $h=1000000 \text{ km}$) aralıklarında hesaplanan değerlerin ortalamalarından oluşur.

Δh farkları; ($1E+05$)mm biriminde ve ($-1000 \text{ km} \leq h \leq 1000000 \text{ km}$; $B=0^\circ$), ($-1000 \text{ km} \leq h \leq 1000000 \text{ km}$; $B=45^\circ$) ve ($-1000 \text{ km} \leq h \leq 1000000 \text{ km}$; $B=90^\circ$) aralıklarında hesaplanan değerlerin ortalamalarından oluşur.

Tablo.2'de en küçük enlem farkıyla (ΔB) öne çıkan yöntemler; Heiskanen-Moritz, Bowring1, Hekimoğlu, Jones, Pollard, Seemkoei, Fukushima, Clynch, Feltens, Heikkinen, Zhu, Vermeille, Sjöberg yöntemleridir. En küçük yükseklik farkıyla (Δh) öne çıkan yöntemler; Hekimoğlu2, Pollard, Fukushima, Feltens, Zhang yöntemleridir. Bu yöntemler arasında en hassas sonuç veren yöntem ise Feltens yöntemidir.

Tablo 2. Yöntemlerin Farklı Kriterlere Göre İrdelenmesi

YÖNTEMLER	ΔB	Δh	$B=0^0$	$B=90^0$	$h=-10^3\text{km}$	$h=10^6\text{km}$	t
Heiskanen-Moritz	39	*	189	*	17	0	172
Bartelme - Meiss	*	*	*	*	*	*	31
Bowring1	4	*	189	*	6	0	156
Borkowski1	*	*	189	138	*	40	172
Hekimoğlu1 (sayfa 15, (34) formülü)	12	*	189	*	22	0	94
Hekimoğlu2 (sayfa 15, (35) formülü)	12	500	189	*	24	0	79
Lin-Wang	*	*	*	*	*	39	130
Jones	19	*	189	*	31	0	430
Pollard	4	786	189	139	6	0	192
Seemkoei	13	*	189	*	15	0	125
Wu-Wang-Hu	*	*	189	138	*	*	62
Fukushima	12	38	17	137	13	0	63
Clynch	74	*	-	-	137	0	250
Feltens	14	0	0	0	23	0	141
Paul	*	*	-	*	*	*	16
Bowring2	*	*	189	-	*	60	188
Heikkinen	16	*	220	-	27	0	297
Ozone	*	*	-	*	*	39	93
Vaniçek-Krakiwsky	*	*	-	-	410	*	123
Borkowski2	*	*	189	*	6	*	185
Zhu	9	*	189	189	9	12	140
Fotiou	*	*	-	*	*	*	63
Gargiulo-Vassallo	*	*	189	*	*	*	380
By Rey-Jer You	*	*	*	*	*	*	94
Vermeille	13	*	189	*	16	0	47
Zhang	*	778	189	139	6	*	47
Sjöberg	14	*	189	*	19	0	16

* : ΔB için; $(1000.10^{-9})''$ 'den ve Δh için; $(1000.10^{-4})\text{mm}$ 'den büyük değerlerdir.
t ; yöntemlerin işlem hızlarının milisaniye cinsinden değerleridir.
- : tabloda verilen değerler için çözüm yok

$B=0^0$ 'de Clynch, Paul, Ozone, Vaniçek-Krakiwsky, Fotiou ve $B=90^0$ 'de ise Clynch, Bowring2, Heikkinen, Vaniçek-Krakiwsky yöntemleri sonuç vermemiştir. Feltens bu değerlerde hiç hassasiyet kaybına uğramamıştır.

$h=-1000\text{km}$ 'de; Heiskanen-Moritz, Bowring1, Hekimoğlu, Jones, Pollard, Seemkoei, Fukushima, Clynch, Feltens, Heikkinen, Borkowski2, Zhu, Vermeille, Zhang, Sjöberg yöntemleri yeterince hassas sonuç vermiş, diğer yöntemlerde $(1000.10^{-4})\text{mm}$ 'den büyük sonuç vermişlerdir.

$h=1000000\text{ km}$ 'de Bartelme-Meiss, Wu-Wang-Hu, Paul, Vaniçek-Krakiwsky, Borkowski2, Fotiou, Gargiulo-Vassallo, By Rey-Jer You, Zhang, yöntemleri $(1000.10^{-4})\text{mm}$ 'den büyük sonuç diğer yöntemler ise yeterince hassas sonuç vermişlerdir.

İrdelenen yöntemler arasında hızlı işlem zamanına sahip olanlar; Fukushima, Sjöberg, Vermeille, Paul, Ozone, Barteleme, By Rey-Jer You, Fotiou, Hekimoğlu ve Wu-Wang-Hu yöntemleridir.

4.SONUÇ VE ÖNERİLER

Jeodezi uygulamalarında (x,y,z) ve (B,L,h) dönüşümü ya da bunun tersi işlemle sıkça karşılaşılır. Jeodezik referans noktalarının hassas hesaplanması ve işlem hızı, yazılımda tercih sebebidir. Bu nedenle birçok yöntem geliştirilmiştir. (B,L,h)'dan (x,y,z) hesabı ortak tek bir çözüm olup, (x,y,z)'den (B,L,h) hesabı için oldukça farklı yöntemler mevcuttur. Farklı literatürlerden oluşan 27 yöntemin, $0^\circ \leq B \leq 90^\circ$ ve $-1000\text{km} \leq h \leq 1000000\text{km}$ arasında öngörülen enlem ve yükseklik değerlerine göre doğrulukları araştırılmıştır.

Yöntemler enlem değişimi, yükseklik değişimi, sınır değerlerde çözüm yapıp yapmadığı, programlama kolaylığı ve işlem zamanlarına göre irdelenmiştir.

Bu irdeleme sonucunda; doğrudan çözüm yöntemleri Sjöberg, Vermeille, Zhang, By Rey- Er You, Zhu, Bowring, Heiskanen ve Moritz, Barteleme, Gargiulo-Vassallo, İteratif çözüm yöntemleri, Fukushima, Borkowski, Feltens, Pollard, Hekimoğlu yöntemleri daha hassas sonuçlar vermiştir.

Yöntemlerin sınır değerlerinde; enlem için Clynch, Paul, Ozone, Vaniçek-Krakiwsky, Fotiou , Bowring2 ve Heikkinen yöntemleri sonuç vermemiştir. Yükseklik için sınır değerlerde tüm yöntemler sonuç vermiştir. Enlemden Feltens ve yükseklikte Pollard ve Bowring1 yöntemleri en hassas sonuçları vermiştir.

Yöntemlerin algoritmaları programlama kolaylığı açısından irdelendiğinde, iteratif yöntemlerden; Borkowski, Bowring, Hekimoğlu, Fukushima yöntemleri, doğrudan yöntemlerden; Borkowski, Bowring, Pollard, Vermeille ve Sjöberg yöntemleri ön plana çıkmaktadırlar.

Özetle;

- Enlemin hesaplanmasında en hassas sonuç veren yöntem, Pollard ve Bowring1
- Yüksekliğin hesaplanmasında en hassas sonuç veren yöntem, Feltens
- En kısa işlem zamanına (16 milisaniye) sahip olan yöntemler Paul ve Sjöberg
- Algoritmaların programlama kolaylığı açısından Pollard ve Sjöberg
- Sınır değerlerde ($B=0^\circ$, $B=90^\circ$, $h=-10^3\text{km}$ ve $h=10^6\text{km}$) çözüm ve hassas sonuç veren yöntemler, Pollard, Fukushima ve Feltens olarak ön plana çıkmaktadır.

(x,y,z) koordinatlarından başlangıç değerleri olan (B,h) değerlerinin hesabında; hassasiyet, işlem zamanı kısalığı, sınır değerlerinde sonuç vermesi ve algoritmasının programlama kolaylığı kriterleri bir arada düşünüldüğünde; Pollard yönteminin üç, Feltens ve Sjöberg yöntemlerinin de iki kriteri en iyi sağladığı görülmüştür. Bu çalışma sonucunda bu üç yöntemden ekler bölümünde algoritması verilen Pollard yönteminin kullanılması tavsiye edilmektedir.

KAYNAKLAR

- Borkowski, K., M., (1987). **Transformation of Geocentric to Geodetic Coordinates Without Approximations, Astrophysics and Space Science, 139, 1-4.**
- Borkowski, K., M.,(1989). **Accurate Algorithms to Transform Geocentric to Geodetic Coordinates, Bulletin Géodésique, 63, 50-56.**
- Bowring (1976), **"Transformation from spatial to geographic coordinates", Survey Review, XXIII (181), 323-327.**
- Burch, R., (2006). **A Comparison of Methods Used in Rectangular to Geodetic Coordinate Transformation, ACSM Annual Conference and Technology Exhibition, Orlando.**
- Feltens, J., (2008). **Vector Methods to Compute Azimuth, Elevation, Ellipsoidal Normal and the Cartesian (x,y,z) to Geodetic (ϕ, λ, h) Transformation, Journal of Geodesy, 82, 493-504.**
- Fok, H.,S. ve Iz, H., B., (2003). **A comparative analysis of the performance of iterative and non-iterative solutions to the Cartesian to geodetic coordinate transformation, Journal of Geospatial Engineering, 5, 61-74.**
- Fotiau, A., (1998). **A pair of closed expressions to transform geocentric to geodetic coordinates, Zeitschrift für Vermessungswesen, 123, 133-135.**
- Fukushima, T., (2006). **Transformation from Cartesian to Geodetic Coordinates Accelerated by Halley's Method, Journal of Geodesy, 76, 36-40.**
- Gargiulo, R. ve Vassallo, A., (1998), **The Spatial Solution of the First Fundamental Geodetic Problem, Survey Review, 34, 405-412.**

- Heiskanen, W. and Moritz, H. (1967), "Physical Geodesy", Freeman and Co., San Francisco.
- Hekimoğlu, Ş., (1993), **Jeodezik Dik Koordinatlardan Eğri Koordinatlara Dönüşüm**, Harita Dergisi, 111, 1-22.
- Hekimoğlu, Ş., (1995), **Generalized iterative solution for geodetic coordinates from cartesian coordinates**, Bolletino di Geodesia E. Scienze Afine, N.2, 109-120.
- Hirvonen, R. A. and Moritz H. (1963), "Practical Computations of Gravity at High Altitudes, Report No:27, Ohio State University.
- Jones, G., C., (2002). **New Solutions for the Geodetic Coordinates Transformation**, Journal of Geodesy, 76, 437-446.
- Lin, K.,C. ve Wang, J., (1995). **Transformation from Geocentric to Geodetic Coordinates using Newton's Iteration**, Bulletin Géodésique, 69, 300-303.
- Paul, M., K., (1973). **A note on computation of geodetic coordinates from geocentric (Cartesian) coordinates**, Bulletin Géodésique, 108, 135-139.
- Pollard, J., (2002). **Iterative Vector Methods for Computing Geodetic Latitude and Height from Rectangular Coordinates**, Journal of Geodesy, 76, 36-40.
- Rey, B., ve You, J., (2000). **Transform of cartesian to Geodetic Coordinates Without Iterations**, Journal of surveying Engineering, 126, 1, 1-7.
- Seemkoeei, A., A., (2002). **Comparison of Different Algorithms to Transform Geocentric to Geodetic Coordinates**, Survey Review, 36, 286, 627-633.
- Sjöberg, L., E., (2008). **A Strict Transformation from Cartesian to Geodetic Coordinates**, Survey Review, 40, 156-163.
- Vanicek, P. ve Krakiwsky, E., (1982). **Geodesy: The Concepts**, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, Holland 665 s.
- Vermeille, H., (2004). **Computing Geodetic Coordinates from Geocentric Coordinates**, Journal of Geodesy, 78, 94-95.
- Wu, W., Wang, H. ve Hu, X., (2003). **Algorithm of Earth-Centred Earth-Fixed Coordinates to Geodetic Coordinates**, Aerospace & Electronic Systems Society, 39, 4, 1457-1461.
- Zhang, C-D, Hsu, H.T, Wu, X.P, Li, S.S, Wang, Q.B, Chai, H.Z. ve Du, L., (2005). **An Alternative Algebraic Algorithm to Transform Cartesian to Geodetic Coordinates**, Journal of Geodesy, 79, 413-420.
- Zhu, J., (1994). **Conversion of Earth-Centered Earth-Fixed Coordinates to Geodetic Coordinates**, Aerospace & Electronic Systems Society, 30, 3, 957-961.
- Geodetic Coordinate Conversions**, <http://www.gmat.unsw.edu.au/snap/gps/clynchpdfs/coordcvt.pdf>, 2010
- * Yasin KAPLAN tarafından KTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü Harita Mühendisliği Anabilim dalında Prof.Dr.Ahmet KAYA danışmanlığında Mart 2010 tarihinde tamamlanan yüksek lisans tezinden özetlenmiştir.

EKLER: Pollard Yönteminin Algoritması

Çözüm algoritması için P_0 yardımcı noktasındaki z_0 koordinatı kullanılır(şekil 1). Çözüm algoritmasında z_0 ilk ve son değeri istenilen hassasiyete ulaşınca kadar iterasyon devam ettirilerek h ve B değeri hesaplanır.

Verilenler: $P(x,y,z)$, a,b,e^2
İstenenler: $P(B,L,h)$

$$z_{0(i)} = \frac{bz}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

$$k = \sqrt{(x^2 + y^2) + (z + e^2 z_{0(i)})^2}$$

$$\ell = x/k$$

$$m = y/k$$

$$n = (z + e^2 z_{0(i)})/k$$

$$r = \ell + e^2 n^2$$

$$s = \ell x + m y + (a/b)^2 n z$$

$$t = x^2 + y^2 + (a/b)^2 z^2 - a^2$$

$$h = (s \pm \sqrt{s^2 - r t}) / r$$

$$z_{0(i+1)} = z - n h$$

$$B = \arctan((z + e^2 z_0) / p)$$

$$L = 2 \arctan(y / (x + p))$$

SEMBOLLER DİZİNİ

a : Elipsoidin Büyük Yarı Eksen

b : Elipsoidin Küçük Yarı Eksen

e^2 : 1.Eksentrisite, $(a^2-b^2)/a^2$

e'^2 : 2.Eksentrisite, $(a^2-b^2)/b^2$

(B, L) : Elipsoidal Coğrafi Koordinatlar

h : Elipsoidal Yükseklik

x, y, z : Jeodezik Dik Koordinatlar

N : Enine Eğrilik Yarıçapı

ΔB : Enlem Farkı

Δh : Yükseklik Farkı