CBS’DE AĞ ANALİZİ VE ULAŞIM PROBLEMLERİ

(NETWORK ANALYSIS AND TRANSPORTATION PROBLEMS IN GIS)

Turan ERDEN
Mehmet Z. COŞKUN
Cengizhan İPBÜKER

ÖZET

Bilgi ve bilgisayar teknolojisinin gelişimi ile birlikte uygulanmaya başlanan Coğrafi Bilgi Sistemleri (CBS), birçok meslek dalında ve iş kolunda, takip ve planlama için kullanılmaktadır. CBS en genel tanımıyla, her türlü veriyi birbirleriyle ve coğrafi konumları ile ilişkilendirerek bilgisayar ortamında toplamak ve bunları grafik ya da basılı olarak izlemektir. Özellikle büyük şehirlerde her türlü acil durum planlaması yapılırken, tüm veriler birbirleri ile ilişkilendirilebilmeli ve tüm bu verilerin birlikte analizi yapılabilmelidir. Kent bilgi sistemi uygulamalarında, acil durumlarda; ambulans, itfaiye ve polis araçlarının istenen noktaya en kısa sürede ulaşması, zamana bağlı çalışan otobüs, okul taşıtları, metro, çöp toplama, dağıtım ve benzeri hizmetleri sorgulama ve izleme ihtiyacı vardır. Bütün bu analiz işlemleri ağ analizi ile mümkündür. Bu makalede coğrafi bilgi sistemlerinde ağ analizi konusunda temel bilgiler verilmesi amaçlanmıştır.

ABSTRACT

Geographic Information System has been used for monitoring and planning for various branches for the last decade. GIS, with a most common definition, is to monitor data graphically and to gather by referencing with each other and their geographical locations in a computer media. Especially, as emergency planning and re-organization are being applied in metropolitan cities, the whole data can be referenced each other and can be analysed together. In applications with Urban Information Systems, it is required that fire, ambulance and police vehicles reached to desired locations as soon as possible in case of emergency. It is also required to query and monitor the school and public buses, metro, garbage, delivery and similar services. All these analysis procedures are possible with network analysis. In this study, it is aimed to give basic information concerning the network analysis.

1. GİRİŞ

Ağ analizi, vektör tabanlı coğrafi veriler ile gerçekleştirilen analiz türlerinden biridir. Ağ analizleri, çizgi tabanlı coğrafi varlıkların bağlantı şekillerinden, karar vermeye yönelik sonuç çıkarmaya yarayan konum analizleridir. Ağ analizinin gerçekleştirilmesi için düğüm-çizgi (arc-node) topolojisinin oluşturulmuş olması gerekir /4/.

Ağ analizleri uygulamada üç şekildedir:

- Optimum güzergah belirleme (route optimization)
- Adres belirleme (address matching)
- Kaynak tahsisi (resource allocation)

Birden fazla bağlantısı olan iki düğüm noktası arasında bağlantılardan hangisinin en iyi çözüm olduğuna karar vermek amacıyla yapılan işlemler optimum güzergah belirleme olarak adlandırılır. En uygun çözüm en kısa uzaklık olabileceği gibi bağlantı özelliğine bağlı olarak değişim gösteren bir güzergah da olabilir.

Harita sayısallaştırıldıktan sonra üzerinde düğüm-çizgi topolojisi oluşturulur. Oluşturulan bu topoloji ile her bir düğüm noktasının ve bu düğüm noktalarını birleştiren çizgilerin öznitelik bilgileri belirlenmiş olur. Buna göre harita üzerinde tanımlanan nokta veya çizgi kolaylıkla bulunabilir. Ağ üzerinde öznitelik bilgisi bilinen bir noktayı tespit etme işlemi adres belirleme olarak isimlendirilir.

Kaynak tahsisi planlama ve yatırıma yönelik faaliyetlerdeki önemli işlerden biridir. Ağ yapısındaki coğrafi varlıkların aynı anda analiz edilerek optimum merkezin noktasal olarak tespit edilmesi işlemlerine coğrafi bilgi sistemlerinde kaynak tahsisi (resource allocation) analizi adı verilir /4/.

Ağ analizinin temel amacı çizgi (hat) karakteristiklerinin mekansal analizidir. Haritadaki çizgi karakteristikleri iki ana sınıfa ayrılır: fiziksel hatlar (çizgiler) ve sanal hatlar. Genel olarak fiziksel hat gerçek dünyada vardır ve hava fotoğraflarında gözlenebilir. Nehirler, kıyı çizgisi ve yollar fiziksel hatların tipik örnekleridir. Sanal hat karakteristikleri ise politik sınırlar ve yönetim sınırları gibi soyut yapıdadır. Politik birimler arasında çeşitli ölçeklerdeki sınırlar sanal hatların tipik örneğidir. Coğrafik gridi oluşturan meridyenler ve paraleller sanal hatların diğer bir çeşididir.

Hat karakteristiklerinin mekansal analizi iki tip problem ile ilgilenir;

- Hatlar arasındaki bağlantının yapısı
- Birbirine bağlı hatlar vasıtasıyla sistemdeki hareket

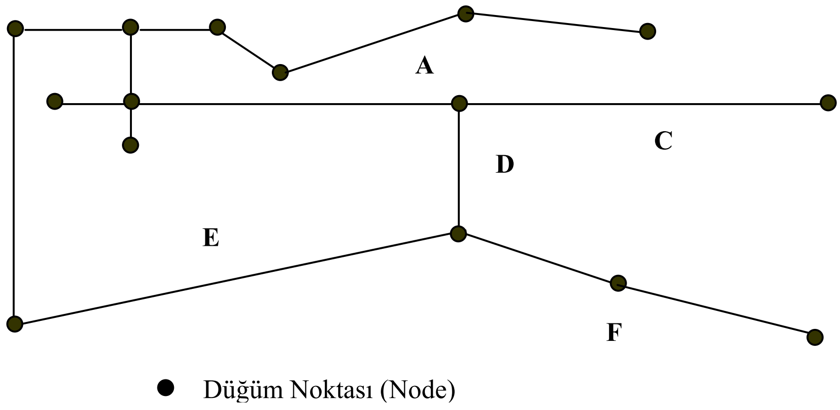
Bağlantılı hatlar bir ağı tanımlar ve ağın analizi ağ analizi olarak adlandırılır. Bir çok durumda ağ analizi sokaklar, yollar ve anayollar gibi fiziksel hatlar ile ilgilenir. Sanal hatlar ağın yapısını pek etkilemez.

Geleneksel olarak ağ analizi ulaşım araştırmalarının bir alt disiplinidir. Ağ analizi ile ilgili konular, ulaşım coğrafyası, kırsal alan ulaşım planlaması, inşaat mühendisliği, endüstri mühendisliği ve ulaşım ekonomisi ile ifade edilir.

2. AĞ ANALİZİNDE VERİ GEREKSİNİMİ

Bir ağ çeşitli yollarla aralarında bağ kurulmuş hat parçalarından (segment) oluşur. Her hat parçası koordinatları bilinen başlangıç ve bitiş noktaları ile tanımlıdır. Bir parça başlangıç ve bitiş noktaları arasında koordinatları bilinen ara noktaları da içerebilir. Düğüm noktaları ile tanımlanan topolojik ilişkiler bir ağın bağlantılılığını belirler. Şekil-1.'de bir sokak ağı yapısına benzeyen tipik bir ağ yapısı örneği görülmektedir. Şekildeki daireler düğüm noktalarını temsil etmektedir.

Bir hat parçası iki düğüm noktası ile tanımlanabilir. Örneğin B,C,D,E parçaları ara noktalara sahip değil iken diğer parçalar bir veya daha fazla ara noktaya sahiptir. Her iki durumda da her parça başlangıç ve bitişte iki düğüm noktasına sahiptir. Şekil-1'den de görüldüğü gibi her parçanın son noktası ile parçaların kesişim noktası bir düğüm noktası olmalıdır. Diğer bir deyişle bir düzlemsel çizgede (graph) kesişen iki hat parçasında, kesişim noktasında, bir düğüm noktası olması zorunluluğu vardır.



Şekil-1 : Bir ağın yapısı

Düğüm noktaları ve ara noktaların konumlarına ek olarak, her parça ile direnç faktörü (impedance) vasıtasıyla ilişki kurulur. Bu faktör bir bitişten diğerine olan uzaklığı gösterir. Ağ analizinde direnç faktörü problemin doğasına göre tanımlanabilir. Örneğin, yolculuk zamanı ana kriter olur ise, o zaman direnç uzaklığın ortalama hıza bölünerek bulunduğu yolculuk zamanı olarak tanımlanır. Diğer sınırlamalar sisteme katılabilir. Örneğin bazı parçalar tek taraflı yollar gibi doğrusal olabilir. Doğrusal bilgi eğer gerekli ise sisteme katılabilir. Diğer veri elemanları ağ analizinin özel çeşitleri için yararlı olabilir. Örneğin, şehir sokaklarını, yasaklanan dönüşler gibi özel sınırlamaları içeren şehir ulaşım problemleri için dağıtım yönlerini saptamak amacıyla en kısa yolun belirlenmesi önemli olabilir.

Ağ topolojisi sistem özelliklerinin kritik bir elemanıdır. Topoloji nesneler arasındaki mekansal ilişkidir. Bu durumda mekansal ilişki düğüm noktası bağlılığına dahil edilir. Eğer bir parça diğer bir parçaya doğrudan bağlı ise iki parça genel bir düğüm noktasını kullanır. İki parça doğrudan bağlantılı değil ise aralarına konulan diğer parçalar ile iletim sağlanır /1/.

3. AĞ YAPISININ DEĞERLENDİRİLMESİ

Ağ yapısı, karmaşıklık ve bağlantılılık ile göreceli olarak, çeşitli yollar ile değerlendirilebilir. γ ve α katsayıları bir ağın temel özelliklerini belirtirler.

a. γ Katsayısı

γ katsayısı ağdaki hatların gerçek sayısının hatların mümkün olan maksimum sayısına oranı olarak tanımlanır. Düzlemsel bir grafikte maksimum hat sayısı daima $n(n-1)/2$ ye eşittir ki n burada düğüm noktalarının sayısını gösterir. γ katsayısı şu şekilde yazılabilir.

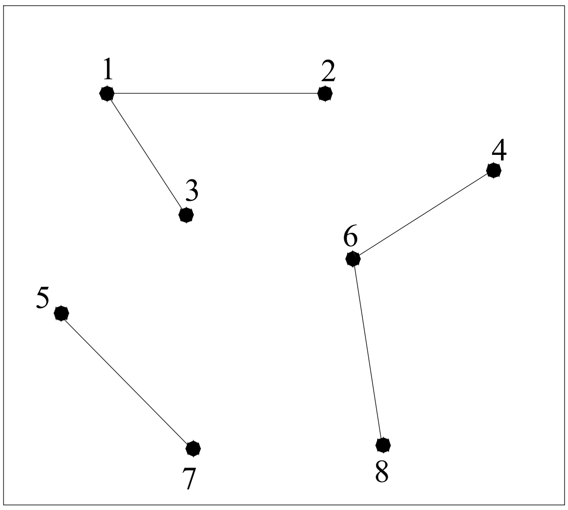
$$\gamma = \frac{\lambda}{\lambda_{max}} = \frac{\lambda}{3*(n-2)} \qquad (1)$$

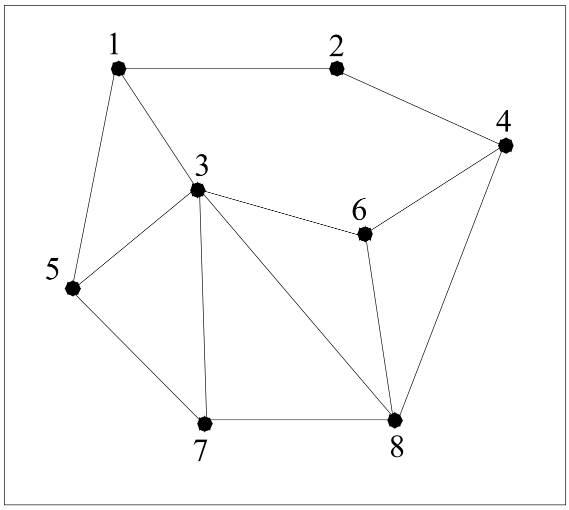
λ ağdaki hatların sayısıdır. γ katsayısının değeri 0 ile 1 arasında değişir. 0'a yaklaşan bir değer daha az hat'a sahip bir ağ yapısının varlığını gösterir. 1'e yaklaşan bir değer daha fazla hat'a sahip bağlantısı daha iyi olan bir ağı temsil eder.

Şekil-2, 8'er nokta ile tanımlanan iki ağı göstermektedir. (a) ağı beş hat ile basit bir yapıya sahip iken (b) ağı 13 hat ile daha karmaşık bir yapıya sahiptir. γ katsayısıyı (a) ağı için 5/18=0.28 olarak ve (b) ağı için 13/18=0.72 olarak hesaplanır. Bu yüzden (b) ağı daha karmaşık bir ağı göstermektedir.

b. α Katsayısı

α katsayısı da ağı benzer bir yol ile değerlendirir. Bu katsayı ağdaki kapalı şekillerin sayısının ağdaki maksimum kapalı şekillere oranı olarak tanımlanır. Eğer üç düğüm noktası iki hat ile bağlanır ise o zaman bunlar arasında bir kapalı şekil yoktur ve bir düğüm noktasından diğer bir düğüm noktasına sadece tek bir yol vardır. Eğer üç hat üç düğüm noktasını birbirine bağlar ise bir kapalı şekil oluşur. Kapalı bir şeklin varlığında bir düğüm noktası ağda diğer bir düğüm noktasına ulaşmak için iki yola sahiptir.





(a) (b)

Şekil-2: İki farklı ağın değerlendirilmesi

α katsayısı ağ yapısını bir düğüm noktasından diğer bir düğüm noktasına ulaşmak amacıyla izleyeceğiniz yolların sayısı ile değerlendirir. α katsayısının anlamlı olabilmesi için ağdaki tüm düğüm noktaları arasında bağlantı olmalıdır. Eğer ağ birbirinden tamamen ayrılmış iki hat grubuna bölünür ise kapalı şeklin değerlendirilmesi anlamlı olmaz. Bir ağın tam olarak anlamlı olabilmesi için hatların sayısı en azından düğüm noktalarının sayısından bir az olmalıdır (λ= n-1). Ağa minimal olarak ilişkilendirilen her ek bağlantı noktası bir devre oluşturur. Bu yüzden bir ağdaki kapalı devrelerin sayısı, hatların gerçek sayısı ile bir ağı tam olarak belirten hatların minimum sayısı farka eşittir. α katsayısı aşağıdaki gibi ifade edilir;

$$\alpha = \frac{c}{c_{max}} = \frac{c}{2*n-5} \tag{2}$$

Burada c kapalı devrelerin sayısı iken n kapalı şekil oluşturan düğüm noktası sayısıdır. Şekil-2'de (a) ağı tam olarak bağlantılı değildir. Bu yüzden α katsayısının değeri bu ağ için anlamlı değildir. (b) ağı altı kapalı devreye sahiptir ve α katsayısının değeri α=6/11=0.55' tir. Genelde iyi geliştirilmiş bir ulaşım ağı γ ve α katsayılarının her ikisinin de yüksek değerlerine sahiptir. Ağ yapısındaki değişiklikleri değerlendirmek ve farklı ağ yapılarını karşılaştırmak için bu katsayılardan yararlanılır.

c. Ağ Çapı

Çap, ağ yapısındaki önemli bir ölçmedir. Bir ağın çapı, bağlantılı bir ağda mümkün olan en kısa yol ile herhangi düğüm noktasından diğer bir düğüm noktasına geçişi sağlayan maksimum adım sayısıdır. Şekil-2'deki (a) ağı bağlantılı bir ağ olmadığı için bir çap ile değerlendirilemez. Diğer bir deyişle ağ üç ayrı hat grubuna bölünmüştür ve ağda bir gruptan diğerine bağlantıyı sağlayan bir hat yoktur. Şekil 2'deki (b) ağı bağlantılı bir ağdır çünkü tüm düğüm noktaları ağın hatları ile doğrudan veya dolaylı olarak bağlantılıdır. Bu durumda ağın çapı üç'e eşittir çünkü 5 nolu düğüm noktasından 4 nolu düğüm noktasına veya 2 nolu düğüm noktasından 7 nolu düğüm noktasına varış 3 adımda gerçekleşmektedir.

d. Ağ Bağlantılılığı

Bir ağın bağlantılılığının kalitesi düğüm noktalarının bağlantılılığı ile ilgilidir. Bir ağın bağlantılılığı C matrisleri olarak adlandırılan bir matris grubunun oluşturulması ile incelenir. Bağlantılılık matrisleri ağ erişiminin değerlendirilmesi açısından yararlıdır. Birinci mertebeden bağlantılılık matrisi, C^1 matrisi olarak ifade edilir ve düğümler arasındaki bire-bir bağlantıya dayanır. Kısaca, bir çift düğüm noktası arasında bir bağlantı mevcut ise C^1 matrisindeki ilgili hücrenin değeri 1'dir, bir bağlantı mevcut değil ise değer 0 olur. (b) ağı için C^1 matrisi Tablo-1'de gösterilmiştir;

Tablo-1: (b) ağı için C^1 matrisi

		Düğüm noktası sayısı								
Düğüm noktası sayısı		**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**Σ**
	1	0	1	1	0	1	0	0	0	3
	2	1	0	0	1	0	0	0	0	2
	3	1	0	0	0	1	1	1	1	5
	4	0	1	0	0	0	1	0	1	3
	5	1	0	1	0	0	0	1	0	3
	6	0	0	1	1	0	0	0	1	3
	7	0	0	1	0	1	0	0	1	3
	8	0	0	1	1	0	1	1	0	4

Ağda 8 düğüm noktası olduğu için bağlantılılık matrisinde 8 satır ve 8 sütun vardır. P. satır ile Q. sütunun kesişimindeki bir hücre P ve Q düğüm noktaları arasındaki bağlantıyı gösterir. Örneğin 1. satır ile 2. sütunun ortak değeri 1'dir çünkü 1.ve 2. düğüm noktaları arasında doğrudan bir bağlantı vardır. Oysa 1. satır .ile 4. sütunun ortak değeri 0'dır çünkü bu noktalar arasında doğrudan bir bağlantı yoktur.

Son sütun her satır için toplam değerleri göstermektedir. Satır toplamı iki düğüm noktası ile doğrudan bağlantılı olan hatların sayısını göstermektedir. Çok sayıda hattı birbirine bağladığı için, en büyük satır toplamına sahip olan düğüm noktasının bağlantısı en iyi olarak kabul edilir. Örnekte, 3. düğüm noktası 5 hat ile doğrudan bağlantılıdır ve bu yüzden doğrudan bağlantı değeri maksimumdur.

C^1 matrisi düğüm noktaları arasında doğrudan bağlantıya dayandığı için ağ yapısının değerlendirilmesi işleminde yeterli değildir. Buna rağmen, ulaşım sistemi doğrudan ve doğrudan olmayan (dolaylı) bağlantıları içerir. Dolaylı bağlantıları incelemek amacıyla C^1 matrisi bir üst dereceye yükseltilebilir. C^1 matrisinin kendisi ile çarpılması sonucu C^2 matrisi oluşur. C^1 x C^1=C^2 matrisindeki her hücre ilgili satır ve sütunlardaki elemanların çarpımlarının toplamıdır. C^2 matrisinde P. satır ile Q. sütunun kesişimindeki hücrenin değeri C^1 matrisindeki P. satır elemanı ile Q. satır elemanının çarpımlarının toplamıdır. Örneğin C^2 matrisinde 2. satır ile 3. Sütunun ortak hücresi aşağıdaki sekiz çarpımın toplamıdır.

(1x1)+(0x0)+(0x0)+(1x0)+(0x1)+(0x1)+(0x1)+(0x1)=1

C^2 matrisindeki her eleman bir düğüm noktasından diğer düğüm noktasına tam olarak 2 adımda ulaşılması halinde anlamlıdır. 2. satır ve 3. sütun örneğinde hesaplanan 1 değeri 2. düğüm noktasından 3. düğüm noktasına 2 adımda ulaşmak için tek bir yol olduğunu göstermektedir. C^2 matrisi Tablo-2' de gösterilmiştir.

C^2 matrisindeki satır toplamı bir düğüm noktasından tüm diğer düğüm noktalarına tam olarak 2 adımda ulaşabilmek için geçilen farklı yolların sayısını gösterir. Bu yüzden birinci satırın toplamı 10'a eşittir ve ağda 1 nolu düğüm noktasından diğer düğüm noktalarına 2 adımda ulaşan 10 farklı yol olduğunu göstermektedir. 3 nolu düğüm noktası dolaylı olarak 2 adımda en iyi bağlantıyı sağlayan düğüm noktasıdır.

Tablo-2: (b) ağı için C^2 matrisi

	Düğüm noktası sayısı									
Düğüm noktası sayısı		**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**Σ**
	1	3	0	1	1	1	1	2	1	10
	2	0	2	1	0	1	1	0	1	6
	3	1	1	5	2	2	1	2	2	16
	4	1	0	2	3	0	1	1	1	9
	5	1	1	2	0	3	1	1	2	11
	6	1	1	1	1	1	3	2	2	12
	7	2	0	2	1	1	2	3	1	12
	8	1	1	2	1	2	2	1	4	14

Düğüm noktaları arasındaki bağlantılılık ikinci derecenin de ötesine uzatılabilir. C^1 ve C^2 matrislerinin çarpımı sonucu C^3 matrisi üretilir ki bu matris tam olarak 3 adımda bağlantılılığı sağlayan bağlantılılık matrisidir. C^3 matrisinin oluşturulmasındaki işlemler C^2 matrisinin oluşturulmasına benzer bir yapı izler. C^3 matrisi Tablo-3'te verilmiştir.

C^3 matrisinde her eleman bir düğüm noktasından diğer düğüm noktasına tam olarak 3 adımda ulaşabilen yolların sayısını gösterir. Matristeki 2. satır ve 3. sütunun ortak hücresinin değeri 3'tür ve bu değer 2 nolu düğüm noktasından 3 nolu düğüm noktasına tam olarak 3 adımda ulaşabilen 3 farklı yol olduğunu gösterir. Bu 3 yol aşağıdaki gibidir;

- 2 nolu düğüm noktasından 1'e, 1'den 5'e ve 5'ten 3 nolu düğüm noktasına
- 2 nolu düğüm noktasından 4'e, 4'ten 6'ya ve 6'dan 3 nolu düğüm noktasına
- 2 nolu düğüm noktasından 4'e, 4'ten 8'e ve 8'den 3 nolu düğüm noktasına

Ağ bağlantılılığı hem doğrudan hem de dolaylı olarak değerlendirilebilir. Birinci dereceden C matrisi doğrudan bağlantılılığı gösterirken diğer üst derece C matrisleri farklı seviyelerde dolaylı bağlantılılığı gösterir. Ağ bağlantılılığının değerlendirilmesi sadece ağın çap değerine bağlı olarak anlamlıdır. Bir önceki örnekte (b) ağının çapı 3'e eşit olduğu için bağlantılılık matrisi C^3 e göre değerlendirilir.

Tablo-3: (b) ağı için C^3 matrisi

		Düğüm noktası sayısı								
Düğüm noktası sayısı		**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**Σ**
	1	2	4	8	2	6	3	3	5	33
	2	4	0	3	4	1	2	3	2	19
	3	8	3	8	4	8	9	9	10	59
	4	2	4	4	2	4	6	3	7	32
	5	6	1	8	4	4	4	7	4	38
	6	3	2	9	6	4	4	4	7	39
	7	3	3	9	3	7	4	4	8	41
	8	5	2	10	7	4	7	8	6	49

e. Ağ Erişimi

Erişimin değerlendirilmesi, bağlantılılık matrisinin önemli bir kullanımıdır. Bir ağdaki erişim tek tek düğüm noktaları ile veya tüm ağ ile değerlendirilebilir. Her iki durumda da T matrisi diye bilinen erişim matrisinin oluşturulması gerekir. T matrisi birinci dereceden ağ çapı derecesine kadar olan anlamlı C matrislerinin toplamına eşittir. T matrisi (çap 3 olduğu zaman) aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$T=C^1+C^2+C^3 \qquad (3)$$

C matrislerinin toplamı hücre ile hücrenin toplamı şeklinde oluşturulur. Diğer bir deyişle T matrisindeki bir hücrenin değeri C^1, C^2, C^3 matrislerindeki ilgili satır ve sütun değerlerinin toplamına eşittir. (b) ağı için T matrisi Tablo-4'de verilmiştir.

(2,3) hücresi T matrisinde 4 değerine sahiptir, çünkü C^1, C^2 ve C^3 matrislerindeki ilgili elemanların değerleri sırası ile 0,1 ve3'tür. Bu değer bir düğüm noktasından diğer düğüm noktasına doğrudan veya dolaysız olarak ulaşabilen toplam yolların sayısını göstermektedir. Satır toplamı satırdaki bir düğüm noktasından diğer düğüm noktalarına ulaşabilen farklı yolların toplamına işaret etmektedir. Diğer bir deyişle bu değer bir düğüm noktasının erişilebilirliğini belirtir. Açıkça daha yüksek bir satır toplamına sahip olan bir düğüm noktası ağın geri kalan kısmında daha güçlü bir erişime sahip olur.

Tablo-4: (b) ağı için T matrisi

	Düğüm noktası sayısı									
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**Σ**
Düğüm noktası sayısı	**1**	5	5	10	3	8	4	5	6	46
	2	5	2	4	5	2	3	3	3	27
	3	10	4	13	6	11	11	12	13	80
	4	3	5	6	5	4	8	4	9	44
	5	8	2	11	4	7	5	9	6	52
	6	4	3	11	8	5	7	6	10	54
	7	5	3	12	4	9	6	7	10	56
	8	6	3	13	9	6	10	10	10	67
										Σ 426

Örnekte, ağda en iyi erişime sahip düğüm noktası 3'tür, çünkü T matrisindeki satır toplamı en büyüktür. Buna karşılık 2 nolu düğüm noktasının satır toplamı en az olduğu için çok düşük bir erişilebilirlik düzeyine sahiptir. Ağ erişilebilirliği bir ağda bir düğüm noktasının diğer düğüm noktalarına ulaşma derecesini gösterir. Bu örnekte satır toplamlarının toplamı 426'ya eşittir ki bu da ağ erişilebilirlik düzeyini belirtir. Genel olarak ağ erişilebilirlik değeri ne kadar büyük ise sistemde daha fazla bağlantı seçeneği mevcuttur ve düğüm noktaları birbirlerine daha iyi bir şekilde bağlanır /1,2/.

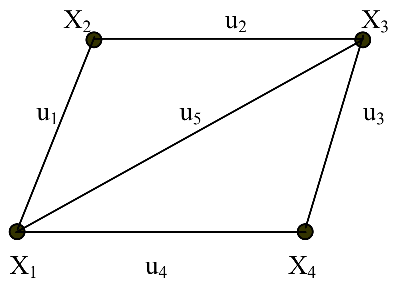
4. KODLANMIŞ BİR ÇİZGEDE AĞ YAPISI

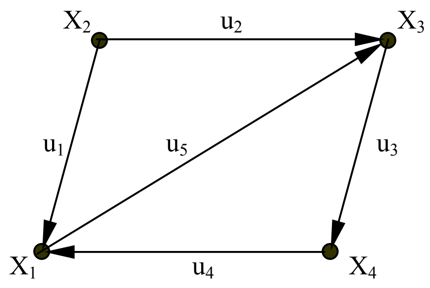
Ağ yapısını değerlendirmede kullanılan γ ve α katsayıları ile bağlantılık matrisleri en basit hat karakteristiklerine dayandırılır. Hat karakteristikleri iki düğüm noktası arasındaki bağlantının kodlanması ile bir binary değişkeniyle basitçe tanımlanır. Yukarıdaki bölümlerde de belirtildiği gibi iki düğüm noktası arasında bir bağlantı var ise düğüm noktası çiftinin bağlantı kodu "1" dir bağlantı yok ise kod "0" dır.

Gerçekte herhangi iki hattın uzunluğu farklıdır. Bir ağ (veriler mevcut olduğu zaman) kodlanmış çizge (valued graph) ile çok daha doğru olarak temsil edilebilir. Her parça bir bağlantı ölçmesi (uzunluk) ile kodlanır. Çoğu durumda hatlara atanan değerler parçanın uzunluğu, yolculuk zamanı, yolculuk maliyeti ve bu değişkenlerin birleşimine dayandırılan direnç faktörü ile gösterilebilir. Uygulama alanları sayılamayacak kadar çok olan Çizge Kuramı (Graph Theory), kendine özgü tanım ve teoremleri ile ayrı bir matematik dalı olarak, uygulamalı bilimlerde kullanılmaktadır /3/.

a. Çizge Kuramı

Bir çizge , noktalar ve bu noktaları birbirine bağlayan, bağlardan oluşur. Bir G çizgesi altında, düğüm noktalarına ait boş olmayan bir X cümlesi ve noktalar arasındaki ilişkiyi karakterize eden, U bağlar cümlesi anlaşılır. Bu tanım özetlenmiş olarak, G= (X,U) şeklinde gösterilir. Eğer U cümlesindeki bağlar “Yönlendirilmiş Bağlar” (arc) iseler bu tür bağlardan oluşan çizge “yönlü çizge”, eğer bağlar “Yönlendirilmemiş Bağlar” (link) ise bu tür bağlardan oluşan çizge “yönlü olmayan çizge” olarak tanımlanır. Yönlü ve yönlü olmayan çizgeler sırasıyla Şekil-3’ de gösterilmektedir.



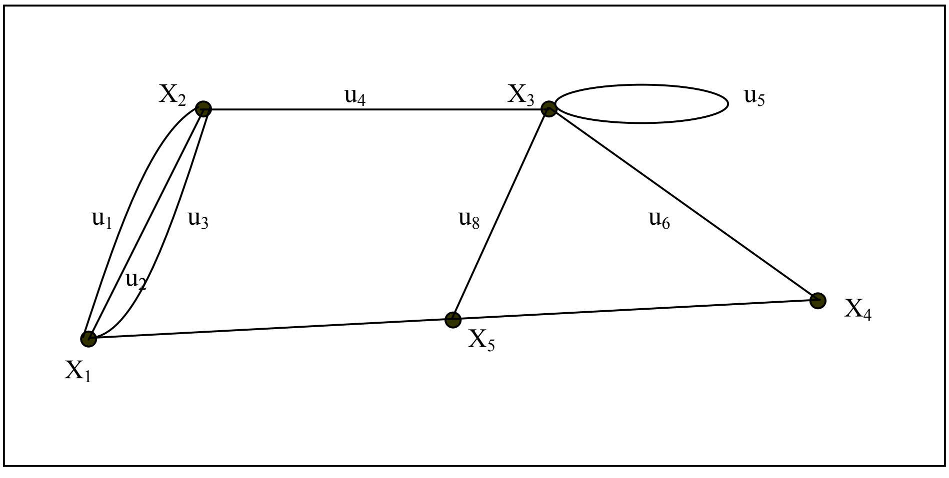


(a) (b)

Şekil-3: Yönlü olmayan ve yönlü olan çizgeler

“Yönlü olmayan” bir çizgede, bir u_i bağını belirten x_i ve x_j düğüm noktalarına bağın “uç noktaları” denir. “Yönlü” bir çizgede ise yöne bağlı olarak, x_i düğüm noktası u_i yönlendirilmiş bağının başlangıç, x_j düğüm noktası ise bitiş noktası olarak tanımlanır. Bir çizgede bir u_i bağının uç noktaları (başlangıç ve bitiş noktaları) aynı ise bu bağa “ilmik” (loop) denir. Başka bir deyişle ilmik, bir düğüm noktasından iki kez geçen bir bağdır.

Bağların; her bir bağ için uç noktalarının bir sonraki bağ için sınır noktası ve ikinci nokta ardısıra gelen bağ için bir sınır noktası olacak şekilde oluşan sürekli bir sırası “çizge zinciri” olarak tanımlanır. Düğüm noktalarından herhangi ikisi bir zincir ile birleştirilebilen bir G çizgesi için “ilişkilidir” (connected) denir. Kapalı bir zincir “devre” (cycle) olarak tanımlanır. Devre Şekil-4’te gösterilmiştir.



Şekil-4: Devre

Şekildeki devrede, u_1, u_2, u_3 paralel bağları, u_5 bir ilmiği, X_1, X_2, X_3 bir zinciri ve X_3, X_4, X_5 bir devreyi göstermektedir.

“Yönlü olmayan” bir çizgede, iki düğüm noktasını birbirine bağlayan birden fazla bağ varsa bunlar “paralel bağlar” dır. Benzer olarak, “yönlü” bir çizgede aynı başlangıç ve bitiş noktasına sahip bağlar da “paralel bağlar” olarak adlandırılır. Yönlü ya da yönlü olmayan bir çizgede, eğer çizgenin bütün düğüm noktaları birbirlerine bağlanmış ise bu tür çizgelere “tam (complete) çizge” denir. İlmik ve paralel bağ içermeyen bir çizge ise “basit (simple) çizge” olarak tanımlanır.

“Tam”, “basit”, n sayıda düğüm noktası içeren yönlü olmayan bir çizgede, bağların sayısı

$$\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2} \tag{4}$$

eşitliği ile; yönlü bir çizgede ise,

$$n(n-1) \tag{5}$$

ifadesi ile verilir. n sayıda bağ ve m sayıda düğüm noktası içeren bir G=(X,U) çizgesi için,

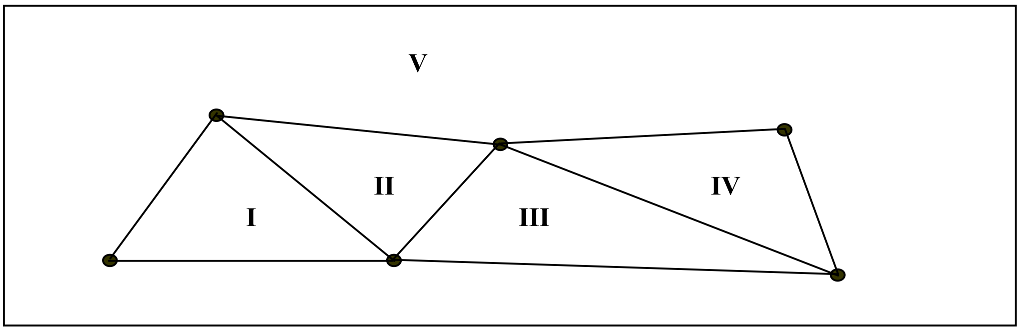
$$R = n - 1 \tag{6}$$

eşitliği “çizgenin derecesi” (rank) olarak tanımlanır.

$$N = m - n + 1 \tag{7}$$

eşitliği ise “bağımsız devrelerin sayısını” (cyclomat number) verir.

Düzlem bir çizgede “bağlar ve noktalar içermeyen” çizgenin bağları ile sınırlı olan bir bölge “yüz” (face) olarak tanımlanır. Her düzlem çizge, düzlemin alanı çizgeyi çevreleyen bağların dışında olan sadece ve sadece bir tek “sonsuz yüze” (infinite face) sahiptir. Şekil-5’de I, II, III,IV “yüz” leri gösterilmektedir. V sonsuz yüzü ise, çizgenin tüm elemanlarının dışında kalan bir bölge içindedir.



Şekil-5: Yüzler

Bir çizgede, bir veya daha fazla bağ atılmakla elde edilen çizgeye asıl çizgenin “kısmi çizgesi” denir. Kısmi çizgeler için;

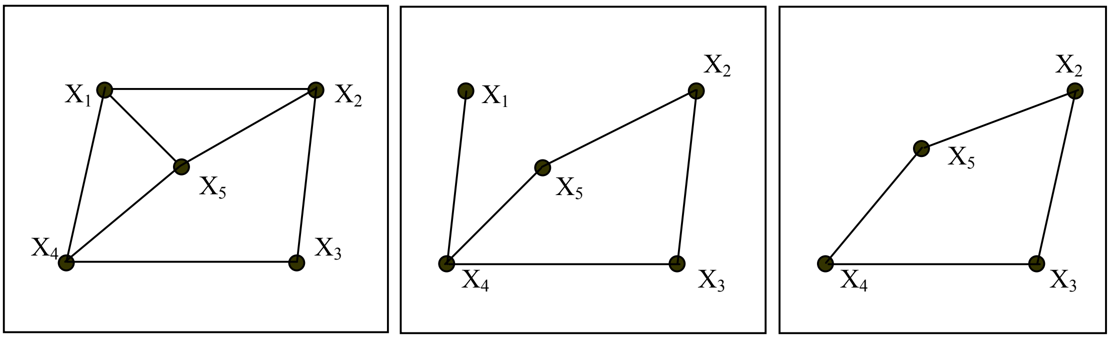
$X_1 = X \;\; ; \; U_1 \subset U$ (8)

ifadeleri geçerlidir.

Bir çizgede, bir veya daha çok düğüm noktası, dolayısıyla bu noktalara gelen bağların atılmasıyla elde edilen çizgeye asıl çizgenin "alt çizgesi" denir. Alt çizgeler için;

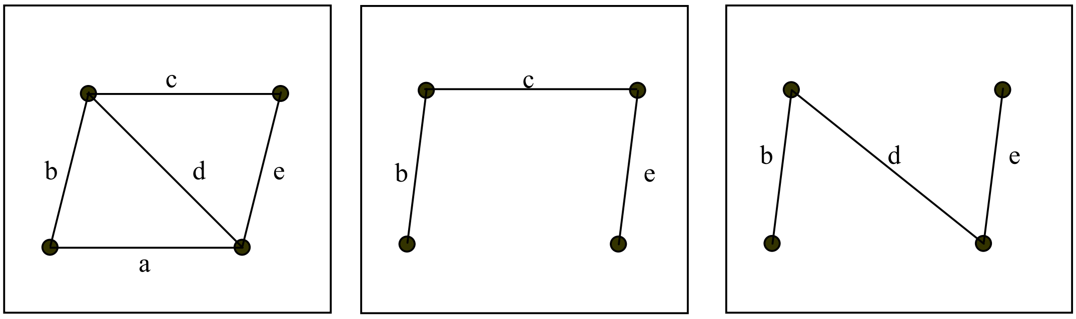
$X_1 \subset X \; ; \; U_1 \subset U$ (9)

ifadeleri geçerlidir. Alt çizgeler için Şekil-6'da bazı örnekler gösterilmektedir.



Şekil-6: Alt çizgeler

Bir kısmi çizgenin bağlantılı bir çizgenin düğüm noktalarından tümünü içerdiği düşünülsün. Eğer sözkonusu olan bu kısmi çizge devre içermiyorsa asıl çizgenin bir "ağacı" olarak tanımlanır. (n) sayıda düğüm noktası içeren bir çizgede, bir ağaç n sayıda düğüm noktasına ve (n-1) sayıda da bağa sahip olacaktır. Ayrıca her ağaç için N= $\varnothing$ (devre içermez) olacaktır. Şekil-7 çizgenin ağaçlarını göstermektedir.



Şekil-7: Ağaçlar

5. AZ DALLANAN AĞAÇ

Kodlanmış çizgelerin bir çeşidi olarak, az dallanan ağaç üç kriteri sağlayan özel bir ağdır. Ağaç ilk olarak, ağdaki tüm düğüm noktalarını minimum hat sayısı ile bağlar. Bu kriter hatların sayısının düğüm noktalarının sayısından bir eksik olduğunu gösterir.

$\lambda = n\text{-}1$ (10)

Burada λ hatların sayısını *n* ise düğüm noktalarının sayısını göstermektedir.

İkinci kritere göre her ağacın kökü, ağdaki düğüm noktalarının birisinde konumlandırılır. Oluşturulabilen ağaçların sayısı ağdaki düğüm noktalarının sayısına eşittir. Üçüncü kritere göre, ağacın kökü ile her düğüm noktası arasındaki uzaklık en aza indirgenir /1/.

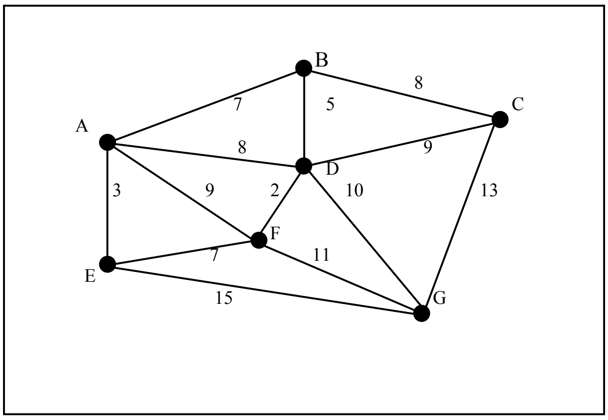
Herhangi bir noktası kök olan bir az dallanan ağaç oluşturulabilir. Az dallanan ağacın oluşturulması altı iterasyon yapılmasını gerektirir. Çünkü her düğüm noktasından bir diğer düğüm noktasına ulaşmak için altı düğüm noktası geçilmesi gerekir. Kök olarak A noktası alınan az dallanan ağacın nasıl kurulacağına ilişkin işlemler aşağıdaki gibidir:

✓ Öncelikle A düğüm noktasından çıkan, uzaklık olarak minimum maliyetli hat belirlenir. Bu örnekte A'dan E'ye olan hat A'ya diğer direkt bağlantılı hatlar arasında minimum maliyetli hattır ve maliyeti 3 dür. Bu minimum maliyetli hat işaretlenir ve son nokta yani E noktası kayıt edilir. Daha sonra E düğüm noktasının maliyeti (3) kayıt edilir.

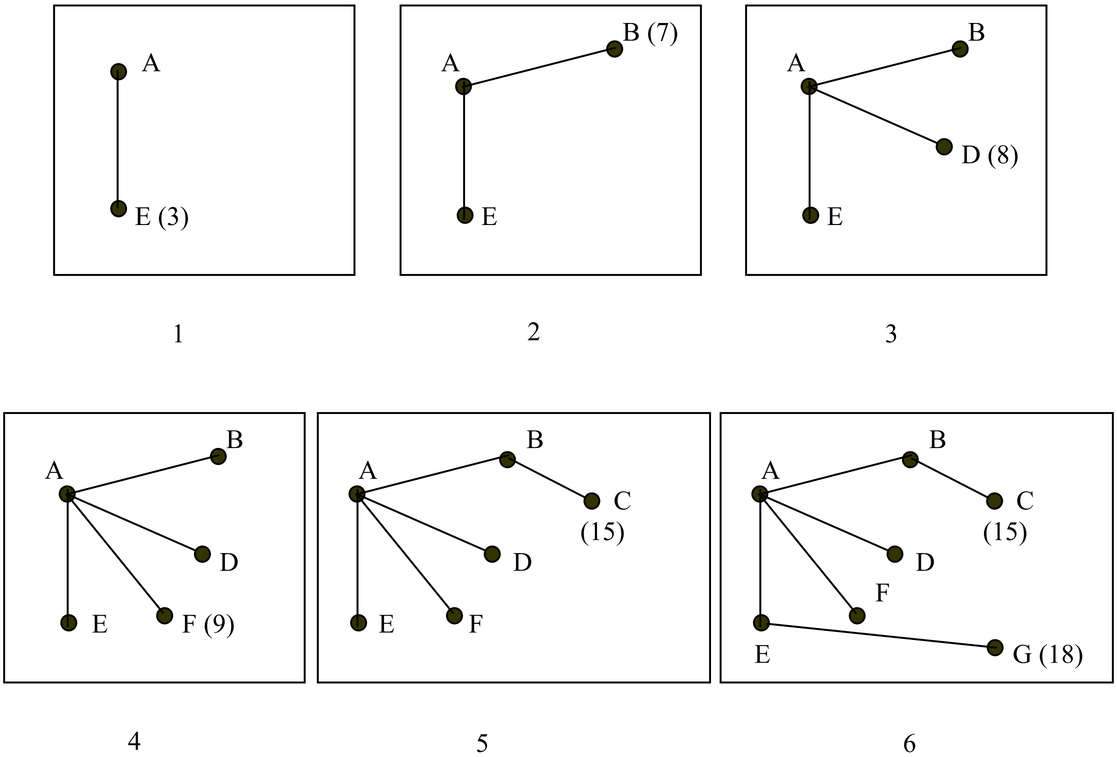
✓ Bu adımda üstteki işlemlere devam edilir. A ve E noktalarından olan hatlara bakılır çünkü E noktasına 1. adımda ulaşılmıştır. A noktasından olan hattın maliyeti 0 (sıfır) olurken E noktasının maliyeti 3 olması dikkat edilmesi gereken bir husustur. Bu yüzden A noktasından diğer düğüm noktasına doğrudan ulaşımda maliyet 9 olurken, E düğüm noktası kullanılarak diğer düğüm noktasına ulaşım için maliyet 3+7=10 olur.

✓ Ulaşılacak minimum maliyete sahip hat tanımlanır. Ulaşılan düğüm noktası ve bu noktaya ulaşan hat işaretlenir. Bu durumda A-B hat ve B ise maliyeti 7 olan ve ulaşılan düğüm noktasıdır.

✓ Altı iterasyon için işlemler tekrarlanır. Bir düğüm noktasına ulaşılır ve her zaman bir hat işaretlenir. Bu yüzden her iterasyonda her bir ek hat için kök'ten çıkan yeni bir ağaç oluşur. Bu işlem A düğüm noktasından diğer düğüm noktalarına ulaşım maliyetinin minimum olduğunu garanti eder /2/.



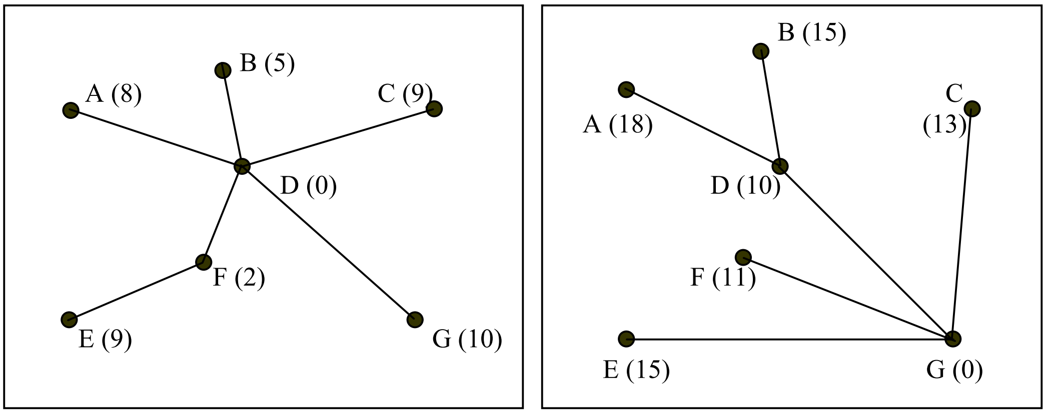
Şekil-8 : Az dallanan ağaç işlemi için ana ağ



Şekil-9 : A noktasından başlayan en az dallanan ağaç oluşum şeması

Şekil-9'da altı iterasyonun sonucu görülmektedir. Her iterasyonda ulaşılan düğüm noktasının toplam maliyeti [0,7,15,8,3,9,18] olur. Maliyet dizisindeki tüm hücrelerin toplamı 60'a eşittir ki bu da A noktasından dallandırılan ağın toplam maliyetidir. Toplam ağ maliyeti A düğüm noktasından sistemdeki diğer tüm düğüm noktalarına hareket eden minimum toplam maliyettir. Toplam maliyetin küçük olması kök düğüm noktasının konumunun merkezi olduğunu gösterir.

Şekil-10 sırasıyla D ve G düğüm noktalarını başlangıç alan iki ağacı göstermektedir. D' den başlayan ağaç için maliyet dizisi [8,5,9,0,2,10] olur ve toplam ağ masrafı 43'tür. G ağı için maliyet dizisi [18,15,13,10,15,11,0] olur ve toplam ağ maliyeti 82'dir. Buradan D düğüm noktasını başlangıç alan ağın C düğüm noktasını başlangıç alan ağdan daha etkin olduğu ve D düğüm noktasının G düğüm noktasından daha merkezi bir konuma sahip olduğu anlaşılmaktadır /1/.



D noktasından dallanan ağaç G noktasından dallanan ağaç

Şekil-10 : Farklı noktalardan dallanan ağaçlar

6. EN KISA YOL ALGORİTMASI

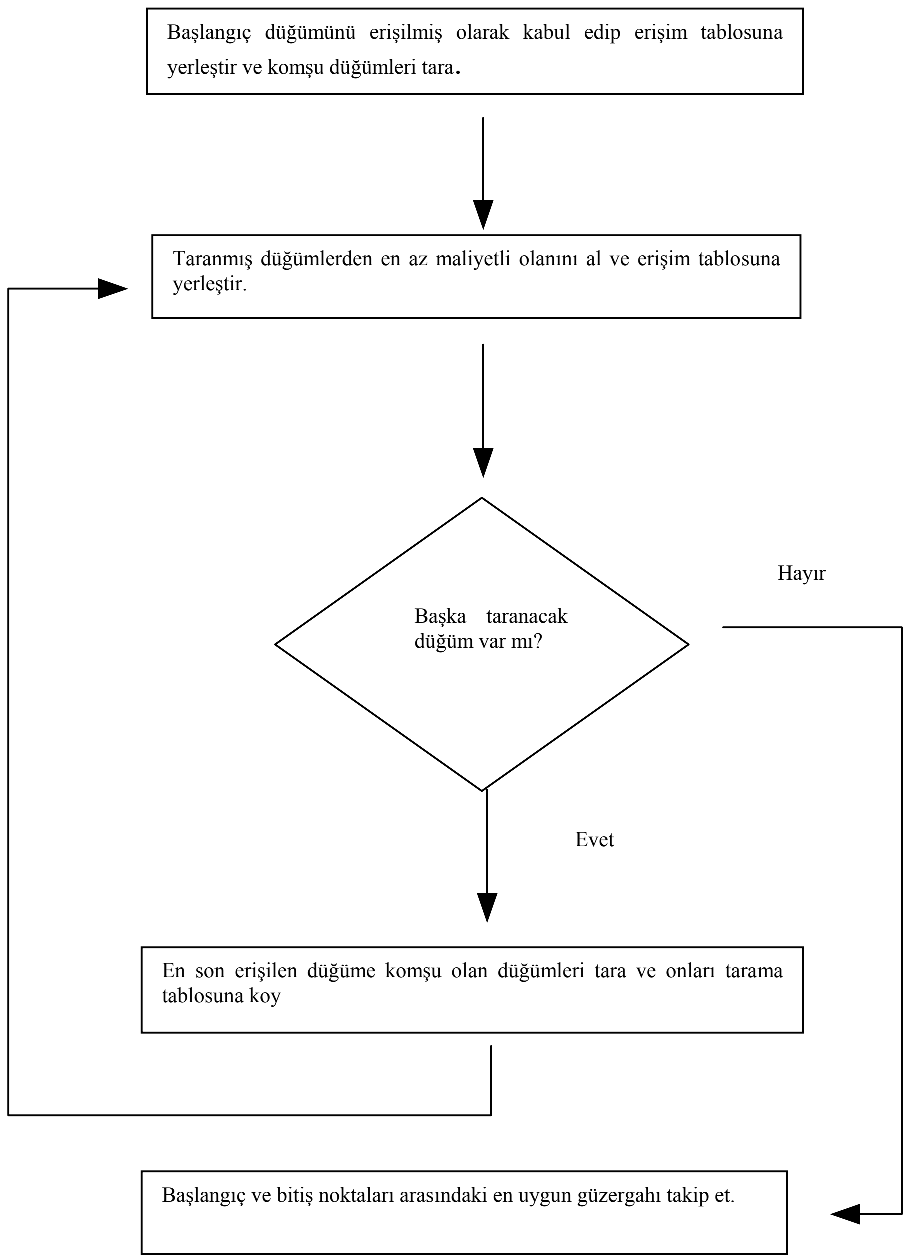
Ağ analizinde en önemli problem bir düğüm noktasından diğer düğüm noktasına olan en kısa yolun bulunmasıdır. En kısa yol problemi çok geniş kapsamlı ulaşım problemlerinin çözümünde uygulanmaktadır. Bu algoritma herhangi bir kaynaktan varılacak yere olan en kısa yolu bulmak amacıyla kullanılmasına rağmen, çözüm karmaşık problemleri çözmek için kaynak noktaların birleştirilmesi ve ara duraklar ile sağlanabilir. En kısa yol problemi için optimal sonucu bulmak amacıyla az dallanan ağaca benzer bir işlem uygulanır /2/.

Başlangıç düğüm noktasından varılacak düğüm noktasına olan en kısa yolu bulmak için analizi yapan, kaynak düğüm noktasından başlayan ağaç yapısı işlemini izler. İşlem kaynak düğüm noktasına en yakın düğüm noktasının bulunması ile başlar ve diğer en yakın düğüm noktaları bulunarak devam eder. Her iterasyonda ağaç yapıya bir dal eklenir. Eklenen dallar ile bir düğüm noktasına ulaşılır ulaşılmaz ulaşılan bu düğüm noktasının varış düğüm noktası olup olmadığına karar verilerek mantıksal bir değerlendirme yapılır. Değerlendirme başarısızlığa uğrarsa işlem diğer iterasyon ile devam ettirilir. Varış düğüm noktasına ulaşıldığında en kısa yol bulunduğu için algoritma sona erdirilir /1, 2/.

Bu bölümde, en kısa yol probleminin çözümünde kullanılan algoritmalardan biri olan Dijkstra algoritması hakkında teorik bilgi verilmiştir.

a. Dijkstra Algoritması

Dijkstra algoritması en kısa yol problemlerinin çözümü için en etkin algoritmalardan biridir. Algoritma adını E.W.Dijkstra'dan almıştır. Ağırlıklandırılmış bir çizgede (ağda) iki düğüm noktası arasındaki en kısa yolu bulmayı amaçlar. Kenarlara verilen ağırlıklar (weights) uzaklık, maliyet ve zaman gibi kriterleri göstermek için kullanılabilir. Dijkstra algoritması bir çizgede belirlenen bir kaynaktan aynı zamanda tüm diğer hedef noktalara en kısa yolları bulabildiği için *tek kaynaklı en kısa yol* (single-source shortest paths) algoritması olarak ta bilinir.



Şekil-11: Dijkstra Algoritması Akış Şeması

En kısa yol problemi en az dallanan ağaç problemine benzemektedir. Bir ara nokta dan tüm diğer ara noktalara olan yolları (path) gösteren bir çizge (graph) tüm ara noktaları içermelidir. Bir çizge için G=(*V,E*) fonksiyonu yazılabilir. Burada *V* ara nokta grubunu *E* ise sınırlar (edge) grubunu göstermektedir.

G=(*V,E*), fonksiyonunda *V*={1,...,n} ve *E*'deki tüm (i,j)'ler için ara uzaklıklar $l_{i,j}$ olmak üzere, algoritma 1'den n'e kadar olan ara noktalar ve $l_{i,j}$ >0 olan kenar uzunluklarına sahip (i,j) sınırları ile verilen bir çizgede 1'nci ara noktadan itibaren tüm ara noktalara (1, 2,...,n) en kısa uzaklıkları saptar /5/. Giriş verileri, ara noktaların sayısı (n), sınırlar (i,j) ve $l_{i,j}$

uzunluklarıdır. Çıkış verileri ise en kısa yolların uzunlukları j'dir (j= 2,...,n). Algoritmanın akış şeması Şekil-11.'de yer almaktadır.

7. SONUÇ

CBS tabanlı ağ analizi uygulamaları, ulaşım planlaması, nakliye, dağıtım, iletişim ve en kısa yol analizlerini içermektedir. Yollar, sokaklar ve iletişim ağları gibi çizgisel objelerin sayısal verileri mekansal bilginin en çok kullanılan kaynakları arasındadır.

Bir ulaşım sisteminin veya bir iletişim ağının analizi öncelikle ağ yapısının çok dikkatli bir şekilde değerlendirilmesiyle başlar. Ağ yapısının değerlendirilmesi, analizi yapanın sistemdeki sınırlamaları daha etkin bir şekilde kavramasına olanak sağlar. Çizgisel obje grupları arasındaki mekansal bilgilerin en kritik elemanı bağlantılılıktır. Ağ bağlantılılığının analizi ulaşım sistemlerinin etkin bir şekilde oluşturulması ve yönetimi için bir ön gerekliliktir.

Ulaşım analizlerinde, nakliye şirketleri bir dizi ağ analizi yardımıyla düzenli rotalar oluşturmaya gereksinim duyarlar. Bu amaçla, ağ yapısının değerlendirilmesinde yaygın olarak kullanılan iki katsayı tanıtılmıştır. Ağ bağlantılılığının C matrisleri ve ağ erişilebilirliği için T matrisleri farklı yöntemler kullanılarak değerlendirilebilir. Ağ bağlantılılığının C matrisleri ulaşım sistemindeki düğüm noktaları ve bu düğüm noktalarını birbirine bağlayan hatların bağlantılılık derecesini gösterir. T matrisleri ulaşım servislerine kullanıcı düzeyinde erişimi işaret ederler.

Bu çalışmada, ağ analizinin önemli bir ulaşım uygulaması olarak en kısa yolun bulunması konusu da ele alınmıştır. Ağ analizinin bu yetenekliliği, modern CBS teknolojisi nakliye şirketleri, market zincirleri, dağıtım servisleri, kuryelik hizmetleri, öğrenci taşıma hizmetleri, yangında itfaiyecilik hizmetleri ve acil durumda ambulans hizmetlerinin verilebilmesini etkin kılmak için çok güçlü bir araç olarak kullanılmaktadır.

K A Y N A K L A R

/1/ Chou, Y-H. : Exploring Spatial Analysis in Geographic Information Systems. OnWord Press, Santa Fe, USA, 1997

/2/ Erden, T. : Coğrafi Bilgi Sistemi (CBS) ile Metropolitan Şehirlerde Acil Durum Planlaması, Yüksek Lisans Tezi, İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, 2001.

/3/ Özşamlı, C. : Jeodezik Ağların İncelenmesinde Çizge Kuramı, Sivil Harita Mühendisliği Eğitim ve Öğretiminde 40. Yıl Sempozyumu, İstanbul, Türkiye, 11-12-13 Ekim 1989

/4/ Yomralıoğlu, T. : Coğrafi Bilgi Sistemleri: Temel Kavramlar ve Uygulamalar, İstanbul. 2000.

/5/ : http://ciips.ee.uwa.edu.au/~morris/Year2/PLDS210/dijkstra.html